Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2010
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Die Parabel p hat eine Gleichung der Form $y = 0,25x^2 + bx + c$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $b, c \in \mathbb{R}$. Die x-Koordinaten der Schnittpunkte der Parabel p mit der x-Achse sind 2 und 6. Die Gerade g hat die Gleichung $y = 0,25x - 4$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für b und c, dass die Parabel p die Gleichung $y = 0,25x^2 - 2x + 3$ hat.
Zeichnen Sie die Parabel p und die Gerade g für $x \in [-2; 10]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-3 \leqq x \leqq 11$; $-5 \leqq y \leqq 9$. 5 P

B 1.2 Punkte $B_n(x \mid 0,25x^2 - 2x + 3)$ auf der Parabel p und Punkte $C_n(x \mid 0,25x - 4)$ auf der Geraden g haben dieselbe Abszisse x und sind zusammen mit Punkten A_n und D_n die Eckpunkte von Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$. Die x-Koordinate der Punkte D_n, die ebenfalls auf der Geraden g liegen, ist um 3 größer als die Abszisse x der Punkte C_n.
Zeichnen Sie das Parallelogramm $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -1$ und das Parallelogramm $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 6$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

B 1.3 Unter den Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$ hat das Parallelogramm $A_0B_0C_0D_0$ den minimalen Flächeninhalt.
Berechnen Sie den Flächeninhalt des Parallelogramms $A_0B_0C_0D_0$.
[Teilergebnis: $\overline{B_nC_n}(x) = (0,25x^2 - 2,25x + 7)$ LE] 4 P

B 1.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass die Winkel $D_nC_nB_n$ stets das Maß 75,96° besitzen. 2 P

B 1.5 Punkte E_n, die wie die Punkte D_n auf der Geraden g liegen, sind zusammen mit den Punkten A_n und D_n die Eckpunkte von rechtwinkligen Dreiecken $A_nD_nE_n$ mit den Hypotenusen $[A_nD_n]$.
Zeichnen Sie das Dreieck $A_1D_1E_1$ für $x = -1$ und das Dreieck $A_2D_2E_2$ für $x = 6$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 1 P

B 1.6 Für die Dreiecke $A_3D_3E_3$ und $A_4D_4E_4$ gilt: $\overline{D_3E_3} = \overline{D_4E_4} = 1,00$ LE.
Berechnen Sie die zugehörigen Werte für x. 3 P

1.1

Die Schnittpunkte mit der x-Achse haben die Koordinaten (2|0) und (6|0).
In die gesuchte Funktionsgleichung eingesetzt:

$0 = 0,25 * 2^2 + 2 * b + c \mid *(-1)$
$0 = 0,25 * 6^2 + 6 * b + c$

$0 = -1 - 2b - c \quad (1)$
$0 = 9 + 6b + c$

$0 = 8 + 4b \mid -8$

$4b = -8 \mid 4$

$b = -2$

In (1) eingesetzt:

$0 = -1 - 2 * (-2) - c$

$0 = 3 - c \mid +c$

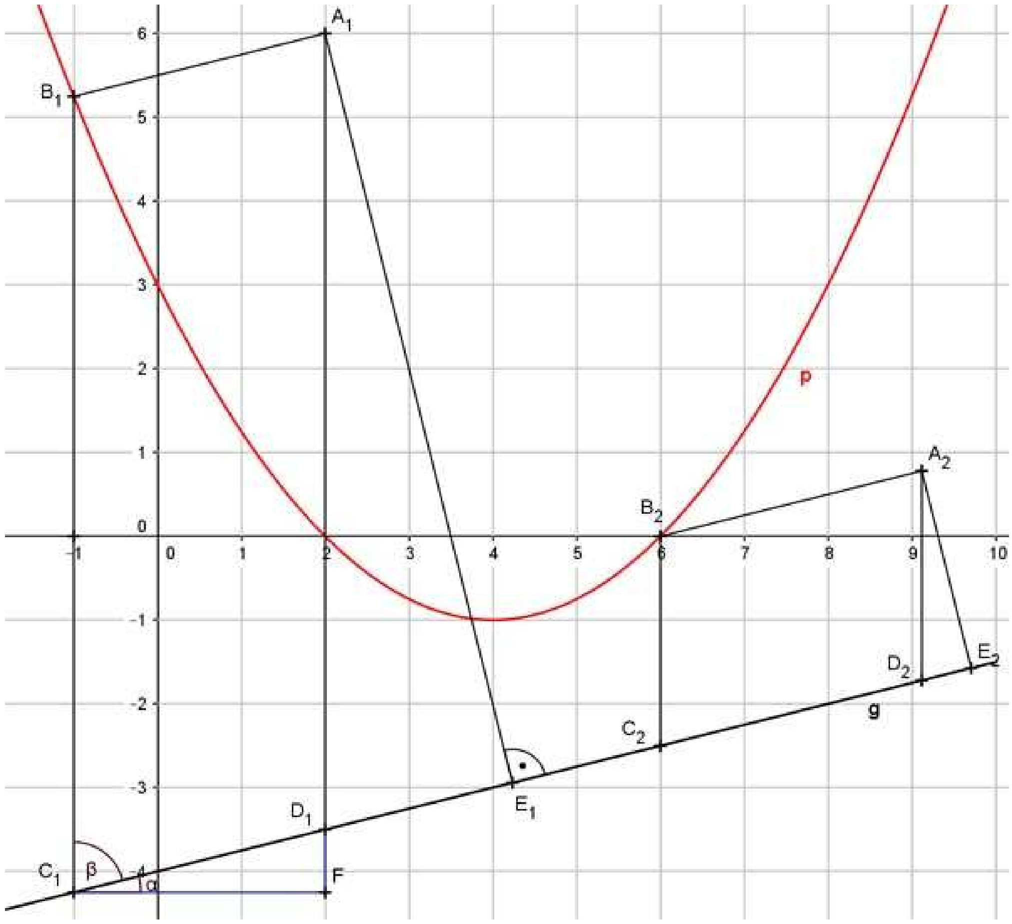
$c = 3$

Gesuchte Gleichung:

$y = 0,25x^2 - 2x + 3$

Wertetabelle zu p:

x	-2	0	2	4	6	8	10
y	8	3	0	-1	0	3	8



1.3

In einem beliebigen Parallelogramm ABCD gilt:

A = CB * 3

CB = y_B - y_C = 0,25x² - 2x + 3 - (0,25x - 4)

CB = 0,25x² - 2,25x + 7

A = 3 * (0,25x² - 2,25x + 7) = 0,75x² - 6,75x + 21

Berechnung der Scheitelpunktkoordinaten:

A = 0,75x² - 6,75x + 21 | :0,75

$$\frac{A}{0,75} = x^2 - 9x + 28$$

$$\frac{A}{0,75} = (x - 4,5)^2 - 20,25 + 28$$

$$\frac{A}{0{,}75} = (x - 4{,}5)^2 + 7{,}75 \mid \cdot 0{,}75$$

$A = 0{,}75 \cdot (x - 4{,}5)^2 + 5{,}81$

Für x = 4,5 hat das Parallelogramm den **kleinsten Flächeninhalt von 5,81 FE.**

1.4

C hat die Koordinaten (x|0,25x - 4)

D hat die Koordinaten (x + 3|0,25(x + 3) - 4) = (x + 3|0,25x - 3,25)

Im Dreieck CFD gilt:

$$\tan \alpha = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \frac{0{,}25x - 3{,}25 - (0{,}25x - 4)}{x + 3 - x} = \frac{0{,}75}{3} = 0{,}25$$

--> $\alpha = 14{,}04°$

--> **β =** $90° - \alpha = 90° - 14{,}04° =$ **75,96°**

1.6

Im Dreieck $A_3D_3E_3$ gilt:

$A_3D_3 = C_3B_3$

$C_3B_3 = y_{B3} - y_{C3} = 0{,}25x^2 - 2x + 3 - (0{,}25x - 4) = 0{,}25x^2 - 2{,}25x + 7$

$$\cos \beta = \frac{D_3E_3}{A_3D_3} \mid \cdot A_3D_3$$

$D_3E_3 = \cos \beta \cdot A_3D_3$

$1 = \cos 75{,}96° \cdot (0{,}25x^2 - 2{,}25x + 7) \mid : \cos 75{,}96°$

$4{,}12 = 0{,}25x^2 - 2{,}25x + 7 \mid -4{,}12$

$0{,}25x^2 - 2{,}25x + 2{,}88 = 0 \mid :0{,}25$

$x^2 - 9x + 11{,}52 = 0$

p, q - Formel:

p = - 9, q = 11,52

$$x_{1,2} = \frac{-(-9)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-9}{2}\right)^2 - 11,52}$$

$$x_{1,2} = 4,5 \pm \sqrt{8,73}$$

$$x_{1,2} = 4,5 \pm 2,95$$

$\mathbf{x_1 = 7,45}$

$\mathbf{x_2 = 1,55}$