Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2011

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 1,5^{x+2} - 4$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

B 2.1 Geben Sie die Definitionsmenge und die Wertemenge der Funktion f_1 an und zeichnen Sie den Graphen zu f_1 für $x \in [-7; 2]$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-8 \leqq x \leqq 4$; $-6 \leqq y \leqq 4$. 2 P

B 2.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch orthogonale Affinität mit der x-Achse als Affinitätsachse und dem Affinitätsmaßstab k $(k \in \mathbb{R} \setminus \{0\})$ sowie anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -13 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 mit der Gleichung $y = -6 \cdot 1,5^{x-1} + 3$ abgebildet $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R})$.
Zeichnen Sie den Graphen zu f_2 in das Koordinatensystem zu 2.1 ein und ermitteln Sie durch Rechnung den Affinitätsmaßstab k. 5 P

B 2.3 Punkte $A_n(x \mid -6 \cdot 1,5^{x-1} + 3)$ auf dem Graphen zu f_2 und Punkte $B_n(x \mid 1,5^{x+2} - 4)$ auf dem Graphen zu f_1 haben dieselbe Abszisse x und sind für $x < 0,28$ zusammen mit Punkten C_n und D_n die Eckpunkte von Trapezen $A_nB_nC_nD_n$. Die Punkte D_n liegen auf dem Graphen zu f_2. Ihre x-Koordinate ist stets um 2 größer als die Abszisse x der Punkte A_n. Es gilt: $A_nB_n \parallel D_nC_n$ und $\overline{D_nC_n} = 3$ LE.
Zeichnen Sie das Trapez $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -7$ und das Trapez $A_2B_2C_2D_2$ für $x = -2,5$ in das Koordinatensystem zu 2.1 ein. 2 P

B 2.4 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für den Flächeninhalt A der Trapeze $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt:
$A(x) = (-6,25 \cdot 1,5^x + 10)$ FE. 2 P

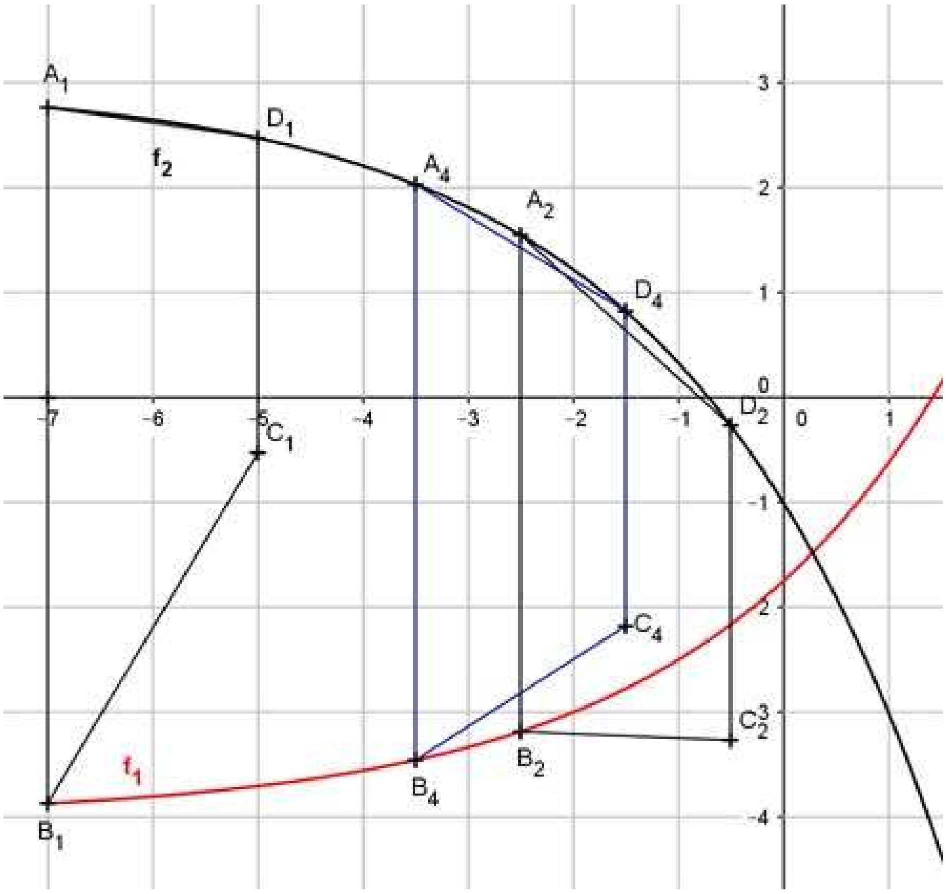
B 2.5 Das Trapez $A_3B_3C_3D_3$ hat den Flächeninhalt 8 FE.
Berechnen Sie die x-Koordinate des Punktes D_3. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 2 P

B 2.6 Der Eckpunkt A_4 des Trapezes $A_4B_4C_4D_4$ hat die x-Koordinate $-3,5$.
Zeichnen Sie das Trapez $A_4B_4C_4D_4$ in das Koordinatensystem zu 2.1 ein.
Überprüfen Sie sodann rechnerisch, ob das Trapez $A_4B_4C_4D_4$ gleichschenklig ist.
Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 4 P

2.0 - 2.3, 2.6

Wertetabelle zu f_1:

x	-7	-5	-3	-1	1	2
y_1	-3,86	-3,7	-3,3	-2,5	-0,63	1,06



1.1

Definitionsmenge:

$-\infty < x < \infty$

Wertemenge:

$y > -4$, weil der Ausdruck $1,5^{x+2}$ immer positiv ist und von - 4 abgezogen wird.

1.2

Nach der Verschiebung

$y' = -6 * ^{1,5x' - 1} + 3$

Vor der Verschiebung

$y' = y - 13$

$x' = x + 2$

Eingesetzt:

$y - 13 = - 6 * 1{,}5^{x + 2 - 1} + 3 \mid +13$

$y = - 6 * 1{,}5^{x + 1} + 16$

$- 6 * 1{,}5^{x + 1} + 16 = k * (1{,}5^{x + 2} - 4)$

$- 4 * (1{,}5 * 1{,}5^{x + 1} - 4) = k * (1{,}5^{x + 2} - 4)$

$- 4 * (1{,}5^{x + 2} - 4) = k * (1{,}5^{x + 2} - 4)$

Durch Koeffizientenvergleich:

$k = - 4$

2.4

Für ein beliebiges Parallelogramm gilt:

$AB = y_A - y_B = - 6 * 1{,}5^{x - 1} + 3 - (1{,}5^{x + 2} - 4)$

$$AB = - \frac{6}{1{,}5} * 1{,}5^x - 1{,}5^2 * 1{,}5^x + 7$$

$AB = - 6{,}25 * 1{,}5^x + 7$

$$\mathbf{A_{(x)}} = \frac{AB + CD}{2} * 2 = \frac{- 6{,}25 * 1{,}5^x + 7 + 3}{2} * 2 = \mathbf{- 6{,}25 * 1{,}5^x + 10\ FE}$$

2.5

$8 = - 6{,}25 * 1{,}5^x + 10 \mid -10$

$- 2 = - 6{,}25 * 1{,}5^x \mid :(-6{,}25)$

$0{,}32 = 1{,}5^x \mid lg$

$lg\ 0{,}32 = lg\ 1{,}5^x$

$\lg 0{,}32 = x * \lg 1{,}5$

$$x = \frac{\lg 0{,}32}{\lg 1{,}5} = -2{,}81$$

D_3 hat die Koordinaten $(-2{,}81 + 2 | -6 * 1{,}5^{-2{,}81 + 2 - 1} + 3 = 0{,}12)$

D_3(**- 0,81**|0,12)

2.6

Gleichschenklig bedeutet, die Länge von $A_4D_4 = B_4C_4$

A_4 hat die Koordinaten $(-3{,}5| -6 * 1{,}5^{-3{,}5 - 1} + 3 = 2{,}03)$

D_4 hat die Koordinaten $(-3{,}5 + 2 |-6 * 1{,}5^{-3{,}5 + 2 - 1} + 3 = 0{,}82)$

$A_4D_4^2 = (y_{A4} - y_{D4})^2 + 2^2 = (2{,}03 - 0{,}82)^2 + 4 = 5{,}46$ |√

$A_4D_4 = 2{,}34$ LE

B_4 hat die Koordinaten $(-3{,}5| 1{,}5^{-3{,}5 + 2} - 4 = -3{,}46)$

$y_{C4} = y_{D4} - 3 = 0{,}82 - 3 = -2{,}18$

$B_4C_4^2 = (y_{C4} - y_{B4})^2 + 2^2 = (-2{,}18 - (-3{,}46))^2 + 4$

$B_4C_4^2 = 5{,}64$ |√

$B_4C_4 = 2{,}37$

$A_4D_4 \neq B_4C_4$