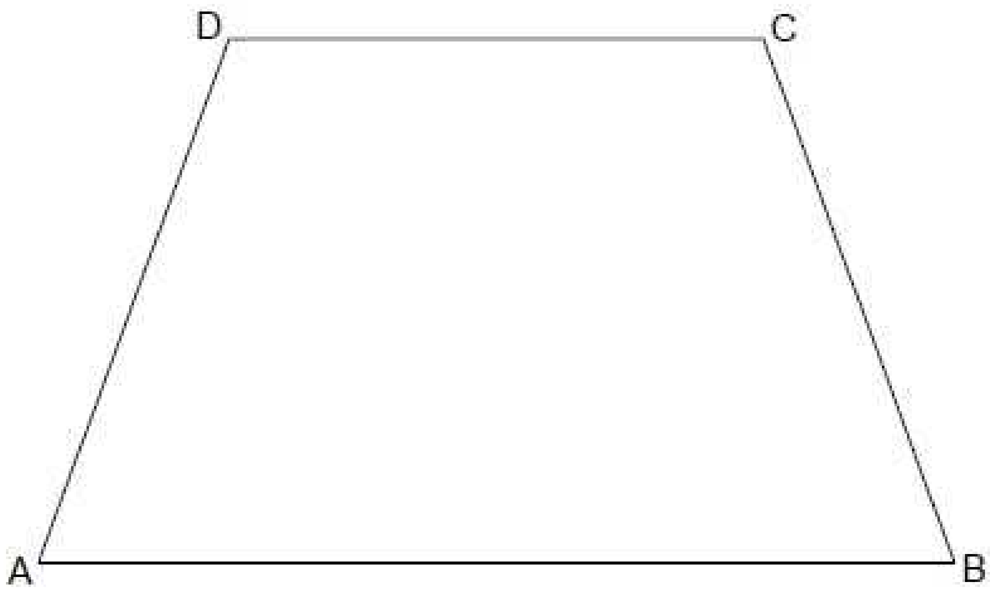
Prüfungsaufgaben Aufgabe 160a

Aufgabe A 2 **Nachtermin**

A 2.0 Gegeben ist das gleichschenklige Trapez ABCD mit AB ∥ CD (siehe Zeichnung).
Es gilt: $\overline{AB} = 12\text{ cm}$; $\overline{CD} = 7\text{ cm}$; $\sphericalangle BAD = 70°$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 Berechnen Sie die Länge der Seite [AD].
[Ergebnis: $\overline{AD} = 7{,}31\text{ cm}$] 2 P

A 2.2 Punkte $E_n \in [AD]$ und Punkte $F_n \in [BC]$ sind zusammen mit dem Mittelpunkt M der Strecke [AB] die Eckpunkte von gleichschenkligen Dreiecken MF_nE_n mit den Basen $[E_nF_n]$. Es gilt: $E_nF_n \parallel AB$.
Die Winkel BMF_n haben das Maß φ mit $\varphi \in]0°; 63{,}00°]$.
Zeichnen Sie das Dreieck MF_1E_1 für $\varphi = 50°$ in die Zeichnung zu 2.0 ein. 1 P

A 2.3 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[E_nF_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt:

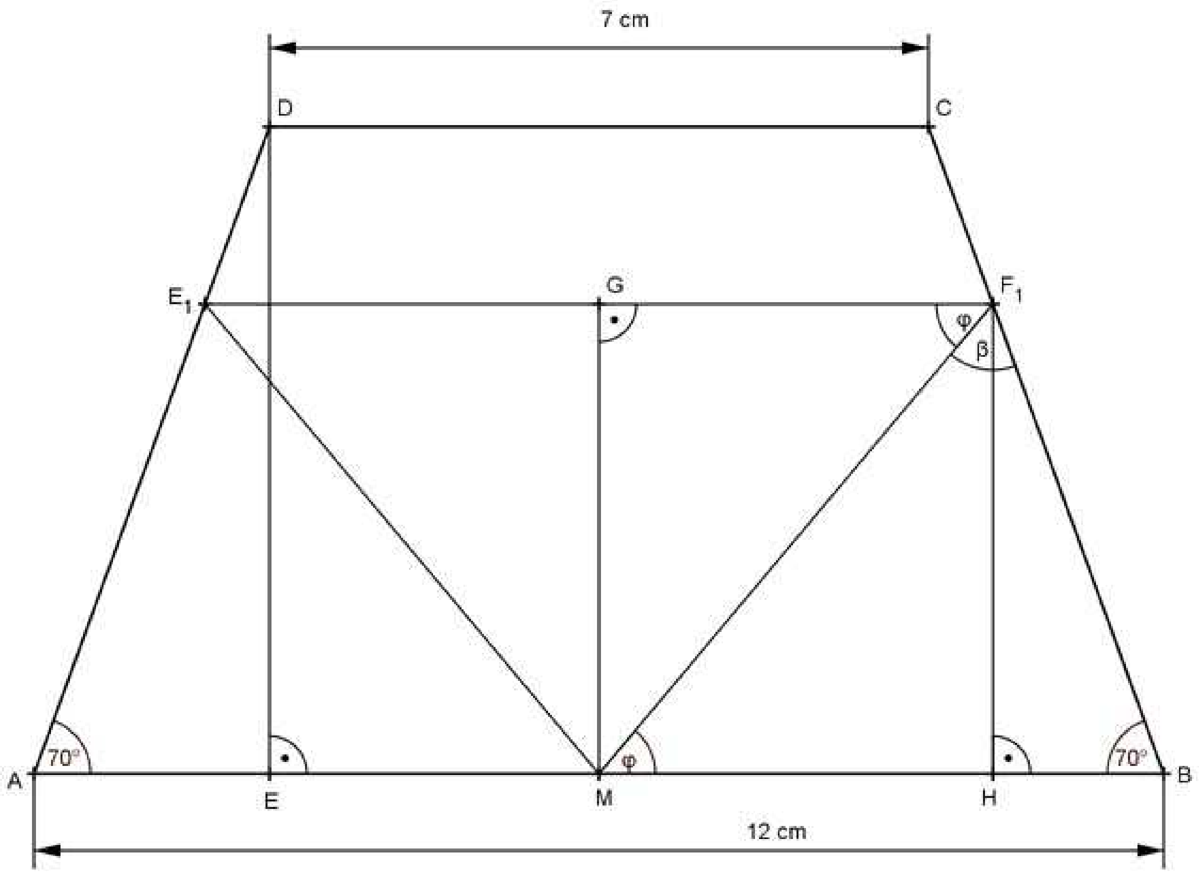
$$\overline{E_nF_n}(\varphi) = \frac{11{,}28 \cdot \cos\varphi}{\sin(70° + \varphi)}\text{ cm}.$$

3 P

A 2.4 Unter den Dreiecken MF_nE_n hat das Dreieck MF_0E_0 die Schenkel mit minimaler Länge.
Geben Sie das zugehörige Winkelmaß φ an. 1 P

A 2.5 Im Dreieck MF_2E_2 hat die Basis $[E_2F_2]$ die Länge 7,25 cm.
Überprüfen Sie rechnerisch, ob das Dreieck MF_2E_2 gleichseitig ist. 2 P

2.2



2.1

Im Dreieck AED gilt:

$$AE = \frac{AB - CD}{2} = \frac{12\text{ cm} - 7\text{ cm}}{2} = 2{,}5\text{ cm}$$

$$\cos 70° = \frac{AE}{AD} \quad | \cdot AD$$

$$AD \cdot \cos 70° = AE \quad | :\cos 70°$$

$$\mathbf{AD} = \frac{AE}{\cos 70°} = \frac{2{,}5\ cm}{\cos 70°} = \mathbf{7{,}31\ cm}$$

2.3

In einem beliebigen Dreieck EMF gilt:

$GF = EF/2$

$$\cos \varphi = \frac{GF}{MF} \mid * MF$$

$$MF * \cos \varphi = GF \mid :\cos \varphi$$

$$MF = \frac{GF}{\cos \varphi}$$

Sinussatz in einem beliebigen Dreieck MBF:

$MB = AB/2 = 12\ cm/2 = 6\ cm$

$\beta = 180° - (70° + \varphi)$

$\sin \beta = \sin (180° - (70° + \varphi)) = \sin (70° + \varphi)$

$$\frac{MF}{\sin 70°} = \frac{MB}{\sin \beta} \mid * \sin 70°$$

$$MF = \frac{MB * \sin 70°}{\sin (70° + \varphi)}$$

$$\frac{GF}{\cos \varphi} = \frac{MB * \sin 70°}{\sin (70° + \varphi)} \mid * \cos \varphi$$

$$GF_{(\varphi)} = \frac{MB * \sin 70° * \cos \varphi}{\sin (70° + \varphi)} = \frac{6\ cm * \sin 70° + \cos \varphi}{\sin (70° + \varphi)}$$

$$GF_{(\varphi)} = \frac{5{,}64\ cm * \cos \varphi}{\sin (70° + \varphi)}$$

$$\mathbf{EF_{(\varphi)}} = 2 * GF_{(\varphi)} = \mathbf{\frac{11{,}28\ cm * \cos \varphi}{\sin (70° + \varphi)}}$$

2.4

Die Strecke MF ist dann am kürzesten, wenn sie senkrecht auf BD steht.

Dann ist **φ =** 90° - 70° = **20°**.

2.5

GM, die Höhe in dem gleichseitigen Dreieck müsste dann

$$GM = \frac{E_2F_2}{2} * \sqrt{3} = \frac{7{,}25}{2} * \sqrt{3}\ cm = 6{,}28\ cm$$ sein.

$GM = F_2H$

Im Dreieck GBF_2 gilt:

$$GB = \frac{AB - E_2F_2}{2} = \frac{12\ cm - 7{,}25\ cm}{2} = 2{,}375\ cm$$

$$\tan 70° = \frac{F_2H}{GB} \quad | * GB$$

$F_2H = GB * \tan 70° = 2{,}375\ cm * \tan 70° = 6{,}53\ cm \neq 6{,}28\ cm$

--> **Dreieck MF_2E_2 ist nicht gleichseitig**