Prüfungsaufgaben Aufgabe 161

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2011
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Gegeben sind die Funktion f mit der Gleichung $y = \log_4(x+6)+0,5$ und die Gerade g mit der Gleichung $y = x$. ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.)

B 1.1 Geben Sie die Definitionsmenge der Funktion f an.
Zeichnen Sie den Graphen zu f und die Gerade g für $x \in [-5,9; 3]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-7 \leqq x \leqq 4$; $-7 \leqq y \leqq 3$. 3 P

B 1.2 Punkte $A_n(x \mid x)$ liegen auf der Geraden g. Punkte C_n liegen auf dem Graphen zu f. Die x-Koordinate der Punkte C_n ist stets um 1,5 größer als die Abszisse x der Punkte A_n. Für $x > -7,5$ sind die Punkte A_n und C_n zusammen mit Punkten B_n die Eckpunkte von gleichschenklig-rechtwinkligen Dreiecken $A_nB_nC_n$ mit den Hypotenusen $[A_nB_n]$.
Zeichnen Sie das Dreieck $A_1B_1C_1$ für $x = -5,5$ und das Dreieck $A_2B_2C_2$ für $x = -3,5$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

B 1.3 Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte B_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n.
[Ergebnis: $B_n(\log_4(x+7,5)+2 \mid \log_4(x+7,5)-1)$] 4 P

B 1.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass die Gerade t mit der Gleichung $y = x - 3$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$) der Trägergraph der Punkte B_n ist. 2 P

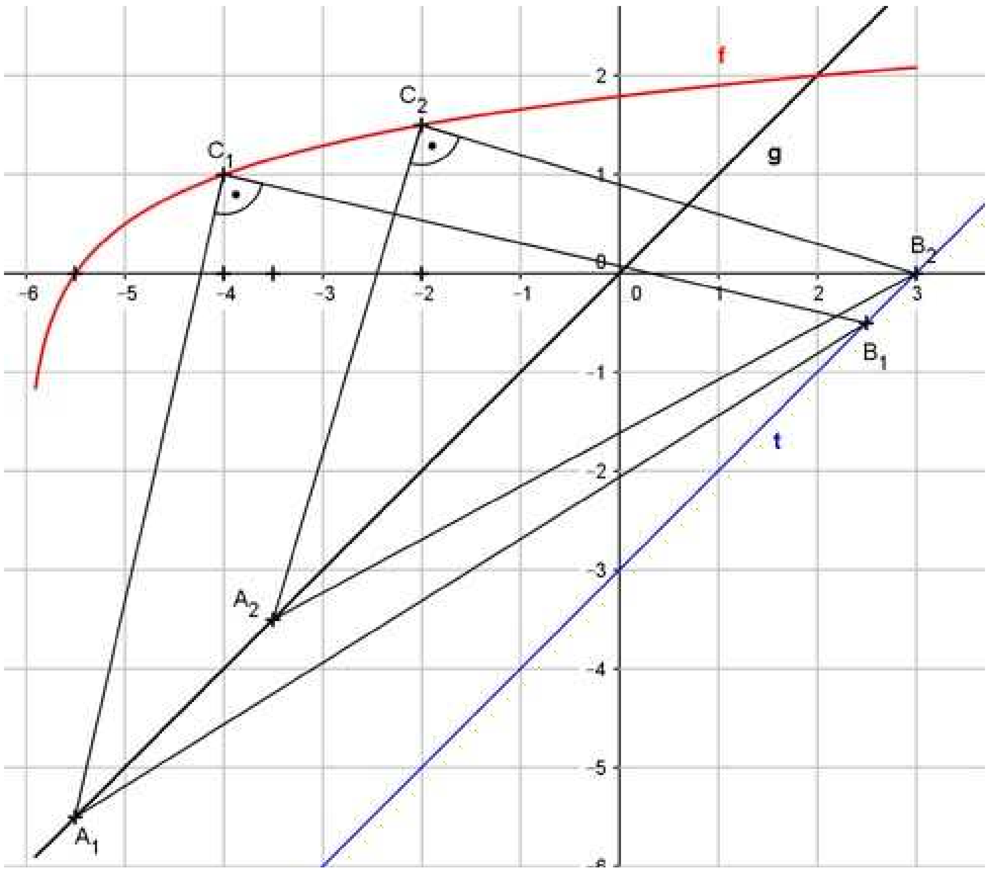
B 1.5 Der Eckpunkt B_3 des Dreiecks $A_3B_3C_3$ liegt auf der y-Achse.
Berechnen Sie den Flächeninhalt A des Dreiecks $A_3B_3C_3$. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 4 P

B 1.6 Begründen Sie, dass es unter den Katheten $[B_nC_n]$ der Dreiecke $A_nB_nC_n$ keine Kathete gibt, die parallel zur x-Achse verläuft. 2 P

1.0, 1.2

Wertetabelle zu f:

x	- 5,9	-4	-2	0	2	3
y	- 1,16	1	1,5	1,8	2	2,1



1.1

Definitionsmenge zu f:

x > -6, weil der Ausdruck $\log_4(x + 6)$ für $x \leq -6$ nicht definiert ist.

1.3

Die Punkte B entstehen, wenn man CA um 90° gegen den Uhrzeigersinn dreht.

$$\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OC} = \begin{bmatrix} x \\ x \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x + 1{,}5 \\ \log_4(x+6+1{,}5)+0{,}5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1{,}5 \\ x - \log_4(x+7{,}5)-0{,}5 \end{bmatrix}$$

Drehung von $\overrightarrow{CA}$ um 90° gegen den Uhrzeigersinn:

$$\overrightarrow{CB} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -1{,}5 \\ x-\log_4(x+7{,}5)-0{,}5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x+\log_4(x+7{,}5)+0{,}5 \\ -1{,}5 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CB} = \begin{bmatrix} x+1{,}5 \\ \log_4(x+7{,}5)+0{,}5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -x+ \log_4(x+7{,}5)+0{,}5 \\ -1{,}5 \end{bmatrix}$$

$\overrightarrow{OB} = \begin{bmatrix} \log_4(x+7,5)+2 \\ \log_4(x+7,5)-1 \end{bmatrix}$

1.4

Die x-Koordinate des Punktes B entspricht der x'-Koordinate des Trägergraphen t.

$x' = \log_4(x + 7,5) + 2 \mid -2$

$x' - 2 = \log_4(x + 7,5) \quad (1)$

$y' = \log_4(x + 7,5) - 1 \mid +1$

$y' + 1 = \log_4(x + 7,5) \quad (2)$

Die linken Seiten von (1) und (2) gleichgesetzt:

$x' - 2 = y' + 1 \mid -1$

$\mathbf{y' = x' - 3}$

1.5

Auf der y-Achse bedeutet, die x-Koordinate von $B_3 = 0$.

$\log_4(x + 7,5) + 2 = 0 \mid -2$

$\log_4(x + 7,5) = -2$

Entlogarithmiert:

$x + 7,5 = 4^{-2}$

$x + 7,5 = 0,0625 \mid -7,5$

$x = -7,44$

$$A = \frac{CB * CB}{2}$$

$\overrightarrow{CB} = \begin{bmatrix} -(-7,44)+\log_4(-7,44+7,5)+0,5 \\ -1,5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5,91 \\ -1,5 \end{bmatrix}$

$CB^2 = 5,91^2 + (-1,5)^2 = 37,18 \mid \sqrt{}$

$CB = 6,1$ LE

$$A = \frac{6{,}1 \cdot 6{,}1}{2} = \mathbf{18{,}61\ FE}$$

1.6

Wenn CB parallel zur x-Achse verläuft, dann müsste wegen des rechten Winkels AC parallel zur y-Achse verlaufen. Das ist nicht möglich, weil die x-Koordinate von C immer um 1,5 größer ist als die x-Koordinate von A.