Prüfungsaufgaben Aufgabe 165

Prüfungsdauer:
150 Minuten

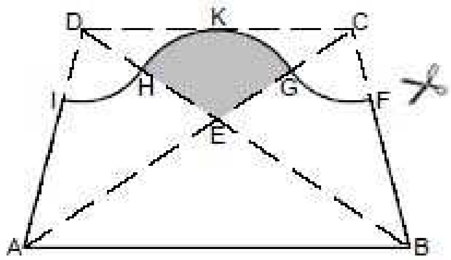
Abschlussprüfung 2011
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0

Selbst gebasteltes Tischset aus Filz



Die nebenstehende Skizze zeigt die Bastelvorlage für solch ein Tischset.
Die Grundfigur ist ein gleichschenkliges Trapez ABCD mit AB || CD.
Der Schnittpunkt der beiden Diagonalen [AC] und [BD] ist der Punkt E.
Die „Ausschneidelinie" verläuft entlang dreier Kreisbögen.
Es gilt:

- Der Kreisbogen $\overset{\frown}{GH}$ mit $G \in [EC]$ und $H \in [ED]$ hat den Mittelpunkt E und berührt die Seite [CD] im Punkt K.
- Der Kreisbogen $\overset{\frown}{GF}$ mit $F \in [BC]$ hat den Mittelpunkt C.
- Der Kreisbogen $\overset{\frown}{IH}$ mit $I \in [AD]$ hat den Mittelpunkt D.

Ferner gilt: $\overline{AB} = 60,0\text{ cm}$; $\overline{AD} = 35,0\text{ cm}$; $\sphericalangle BAD = 75°$.

Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Trapez ABCD mit den Kreisbögen $\overset{\frown}{IH}$, $\overset{\frown}{GH}$ und $\overset{\frown}{GF}$ im Maßstab 1:5. **2 P**

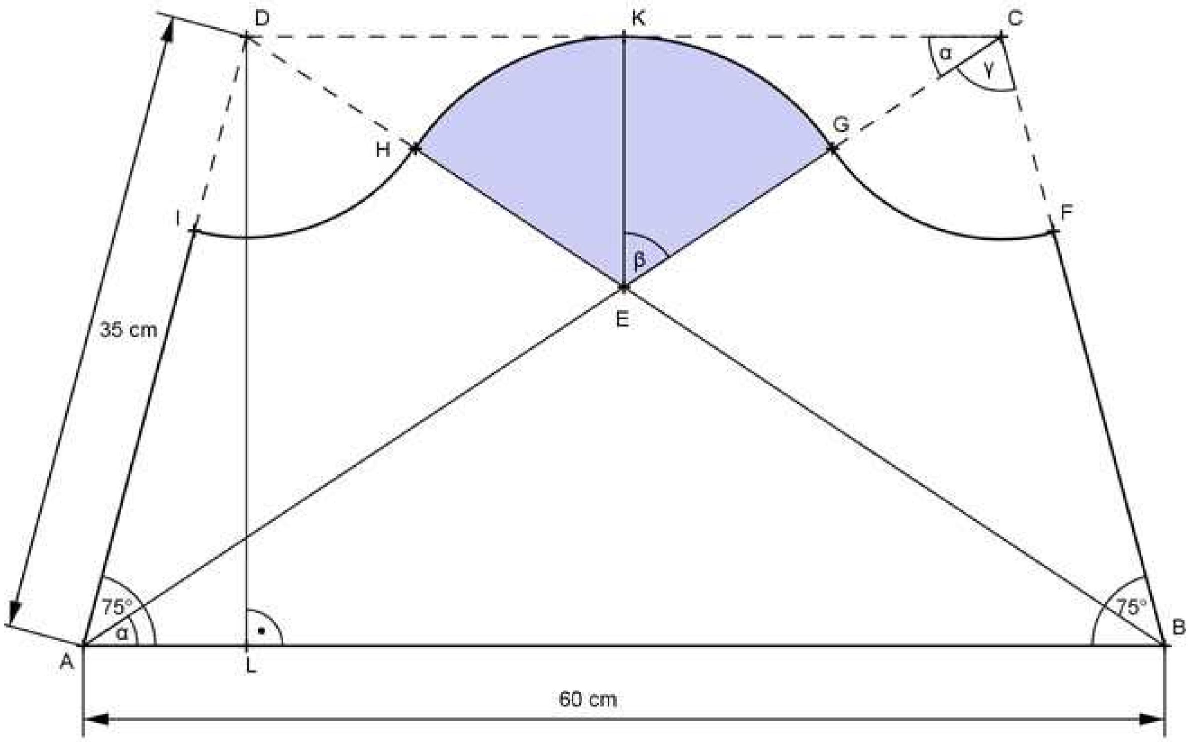
B 2.2 Vor dem Ausschneiden werden einzelne Maße überprüft.
Berechnen Sie die Länge der Strecke [AC], das Maß des Winkels BAC sowie die Länge der Strecke [CD].
[Ergebnisse: $\overline{AC} = 61,1\text{ cm}$; $\sphericalangle BAC = 33,6°$; $\overline{CD} = 41,8\text{ cm}$] **4 P**

B 2.3 Ein Teil des Tischsets wird farblich abgesetzt.
Ermitteln Sie durch Rechnung die Länge der Strecke [EK] sowie den Flächeninhalt des Kreissektors, der durch die Strecken [HE] und [EG] sowie den Kreisbogen $\overset{\frown}{GH}$ begrenzt wird.
[Ergebnisse: $\overline{EK} = 13,9\text{ cm}$; $A_{\text{Sektor GEH}} = 190,2\text{ cm}^2$] **3 P**

B 2.4 Das Tischset wird mit einer Borte eingefasst.
Bestimmen Sie rechnerisch den Umfang u der Figur, die durch die Strecken [IA], [AB] und [BF] sowie die Kreisbögen $\overset{\frown}{GF}$, $\overset{\frown}{GH}$ und $\overset{\frown}{IH}$ begrenzt wird. **4 P**

B 2.5 Das fertig gebastelte Set liegt ausgebreitet auf einem Tisch.
Berechnen Sie den Flächeninhalt A der vom Tischset bedeckten Fläche.
[Teilergebnis: $A_{\text{Sektor GCF}} = 78,2\text{ cm}^2$] **4 P**

2.0 - 2.1



2.1

Kosinussatz im Dreieck ABD:

BD = AC

BD² = AB² + AD² - 2 * AB * AD * cos 75°

BD² = 60² + 35² - 2 * 60 * 35 * cos 75°

BD² = 3 738 cm² |√

BD = 61,1 cm

Sinussatz:

$$\frac{AC}{\sin 75°} = \frac{BC}{\sin \alpha}$$

Über Kreuz multipliziert:

AC * sin α = BC * sin 75° | :AC

$$\sin \alpha = \frac{BC * \sin 75°}{AC} = \frac{35\text{ cm} * \sin 75°}{61{,}1\text{ cm}} = 0{,}5533 \to \mathbf{\alpha = 33{,}6°}$$

Im Dreieck ALD gilt:

$$\cos 75° = \frac{AL}{AD} \mid * AD$$

AL = AD * cos 75° = 35 cm * cos 75° = 9,1 cm

DC = AB - 2 * AL = 60 cm - 2 * 9,1 cm = **41,8 cm**

2.3

Im Dreieck EGK gilt:

KC = DC/2 = 41,8 cm/2 = 20,9 cm

$$\tan \alpha = \frac{KE}{KC} \mid * KC$$

tan α * KC = KE

KE = tan 33,6° * 20,9 cm = **13,9 cm**

β = 90° - α = 90° - 33,6° = 56,4°

$$\mathbf{A_{Kreisausschnitt}} = \frac{\pi * EK^2 * 2 * \beta}{360°} = \frac{\pi * 13{,}9^2 * 2 * 56{,}4°}{360°} = \mathbf{190{,}1\text{ cm}^2}$$

2.4

U = 2 * Bogen GF + Bogen GH + 2 * BF + AB

γ = 180° - 75° - α = 180° - 75° - 33,6° = 71,4°

Im Dreieck ECK gilt:

$$\cos \alpha = \frac{CK}{EC} \mid * EC$$

EC * cos α = CK| : cos α

$$EC = \frac{CK}{\cos \alpha} = \frac{20{,}9\ cm}{\cos 33{,}6°} = 25{,}1\ cm$$

EG = EK

GC = EC - EK = 25,1 cm - 13,9 cm = 11,2 cm

$$2 * GF = 2 * \frac{2 * \pi * CG * \gamma}{360°} = \frac{\pi * 11{,}2\ cm * 71{,}4°}{90°} = 27{,}9\ cm$$

FC = CG

BF = AI = BC - FC = 35 cm - 11,2 cm = 23,8 cm

$$GH = \frac{2 * \pi * EK * 2 * \beta}{360°} = \frac{2 * \pi * 13{,}9\ cm * 2 * 56{,}4°}{360°} = 27{,}4\ cm$$

u = 27,9 cm + 27,4 cm + 2 * 23,8 cm + 60 cm = **162,9 cm**

2.5

$A = A_{Trapez} - 2 * A_{Kreisauschnitt1} + A_{Kreisauschnitt} - A_{Dreieck}$

Im Dreieck ALD gilt:

$$\sin 75° = \frac{LD}{AD} \quad | * AD$$

LD = AD * sin 75° = 35 m * sin 75° = 33,8 m

$$A_{Trapez} = \frac{AB + DC}{2} * LD = \frac{60\ m + 41{,}8\ m}{2} * 33{,}8\ m = 1\ 720{,}4\ cm^2$$

$$2 * A_{Kreisausschnitt1} = 2 * \frac{\pi * CG^2 * \gamma}{360°} = 2 * \frac{\pi * 11{,}2^2\ cm^2 * 71{,}4°}{360°}$$

$2 * A_{Kreisausschnitt1} = 156{,}2\ cm^2$

$$A_{Dreieck} = \frac{CD * EK}{2} = \frac{41{,}8\ cm * 13{,}9\ cm}{2} = 290{,}5\ cm^2$$

A = 1 720,4 cm² - 156,2 cm² + 190,1 cm² - 290,5 cm² = **1 463,8 cm²**