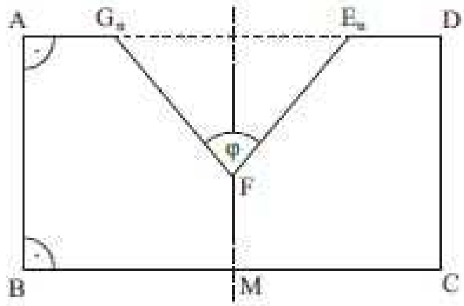
Prüfungsaufgaben Aufgabe 169b

Aufgabe A 3 **Haupttermin**

A 3.0 Die Axialschnitte von Rotationskörpern sind achsensymmetrische Siebenecke $ABCDE_nFG_n$. Der Mittelpunkt M der Seite [BC] und der Punkt F liegen auf der Symmetrieachse. Punkte G_n und E_n auf der Strecke [AD] legen zusammen mit dem Punkt F Winkel E_nFG_n fest. Die Winkel E_nFG_n haben das Maß φ mit $\varphi \in]0°; 112,62°[$.



Es gilt: $\sphericalangle MBA = 90°$; $\sphericalangle BAG_n = 90°$; $\overline{AB} = 5$ cm; $\overline{BC} = 9$ cm; $\overline{MF} = 2$ cm.

Die Skizze zeigt das Siebeneck $ABCDE_1FG_1$ für $\varphi = 80°$.

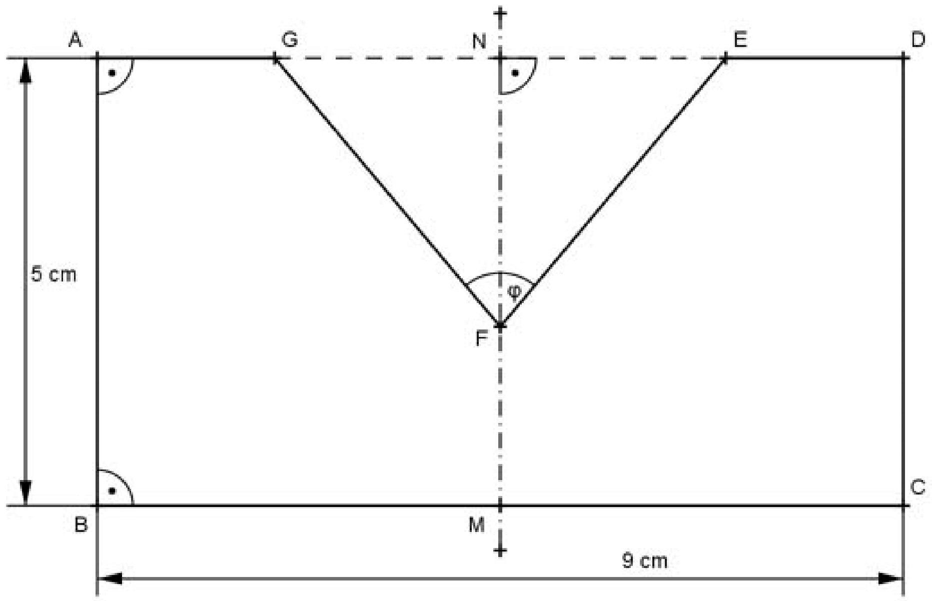
A 3.1 Begründen Sie durch Rechnung das Maß der oberen Intervallgrenze für φ.

1 P

A 3.2 Zeigen Sie, dass für das Volumen V der Rotationskörper in Abhängigkeit von φ gilt: $V(\varphi) = 9 \cdot \pi \cdot \left(11,25 - \tan^2 \frac{\varphi}{2}\right)$ cm³.

3 P

A 3.3 Berechnen Sie das Volumen des Rotationskörpers für $\varphi = 100°$. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.



3.1

Das maximale φ entsteht dann, wenn G mit A und E mit D zusammenfällt.

Im Dreieck AFN gilt:

FN = MN - MF = 5 cm - 2 cm = 3 cm

AN = AD/2 = 9 cm/2 = 4,5 cm

$$\tan \varphi/2 = \frac{AN}{FN} = \frac{4{,}5\text{ cm}}{3\text{ cm}} = 1{,}5 \rightarrow \varphi/2 = 56{,}31° \rightarrow \boldsymbol{\varphi_{max} = 112{,}62°}$$

3.2

$V = V_{Zylinder} - V_{Kegel}$

$V_{Zylinder} = \pi * BM^2 * AB = \pi * 4{,}5^2 * 5 = 101{,}25 * \pi\ cm^3$

In einem beliebigen Dreieck FEN gilt:

$$\tan \varphi/2 = \frac{EN}{FN} \quad | * FN$$

$EN = FN * \tan \varphi/2 = 3 * \tan \varphi/2$

$$V_{Kegel} = \frac{\pi * EN^2 * FN}{3} = \frac{\pi * (3 * \tan \varphi/2)^2 * 3}{3} = 9 * \pi * \tan^2 \varphi/2$$

$V_{(\varphi)} = 101{,}25 * \pi - 9 * \pi * \tan^2 \varphi/2$

$\mathbf{V_{(\varphi)} = 9 * \pi * (11{,}25 - \tan^2 \varphi/2)}$

3.3

$V = 9 * \pi * (11{,}25 - \tan^2 100°/2)$

$\mathbf{V = 277{,}79\ cm^3}$