Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2012
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Punkte $C_n(x\,|\,0{,}8x)$ auf der Geraden g mit der Gleichung $y = 0{,}8x$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$) bilden für $x > 0$ zusammen mit den Punkten $A(0\,|\,0)$, B_n und D_n Drachenvierecke $AB_nC_nD_n$ mit der Symmetrieachse g. Die Winkel B_nAC_n haben das Maß 60°. Punkte M_n sind die Schnittpunkte der Diagonalen der Drachenvierecke $AB_nC_nD_n$. Es gilt: $\overline{AM_n} : \overline{M_nC_n} = 1:3$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeichnen Sie die Gerade g, die Drachenvierecke $AB_1C_1D_1$ für $x = 3{,}5$ und $AB_2C_2D_2$ für $x = 8$ sowie die Diagonalen $[B_1D_1]$ und $[B_2D_2]$ mit den Diagonalenschnittpunkten M_1 und M_2 in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-2 \leqq x \leqq 12$; $-3 \leqq y \leqq 11$. 3 P

B 1.2 Bestätigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[AB_n]$ gilt: $\overline{AB_n} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC_n}$. 2 P

B 1.3 Die Punkte C_n können auf die Punkte B_n abgebildet werden.
Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte B_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte C_n.
[Ergebnis: $B_n(0{,}60x\,|\,-0{,}23x)$] 3 P

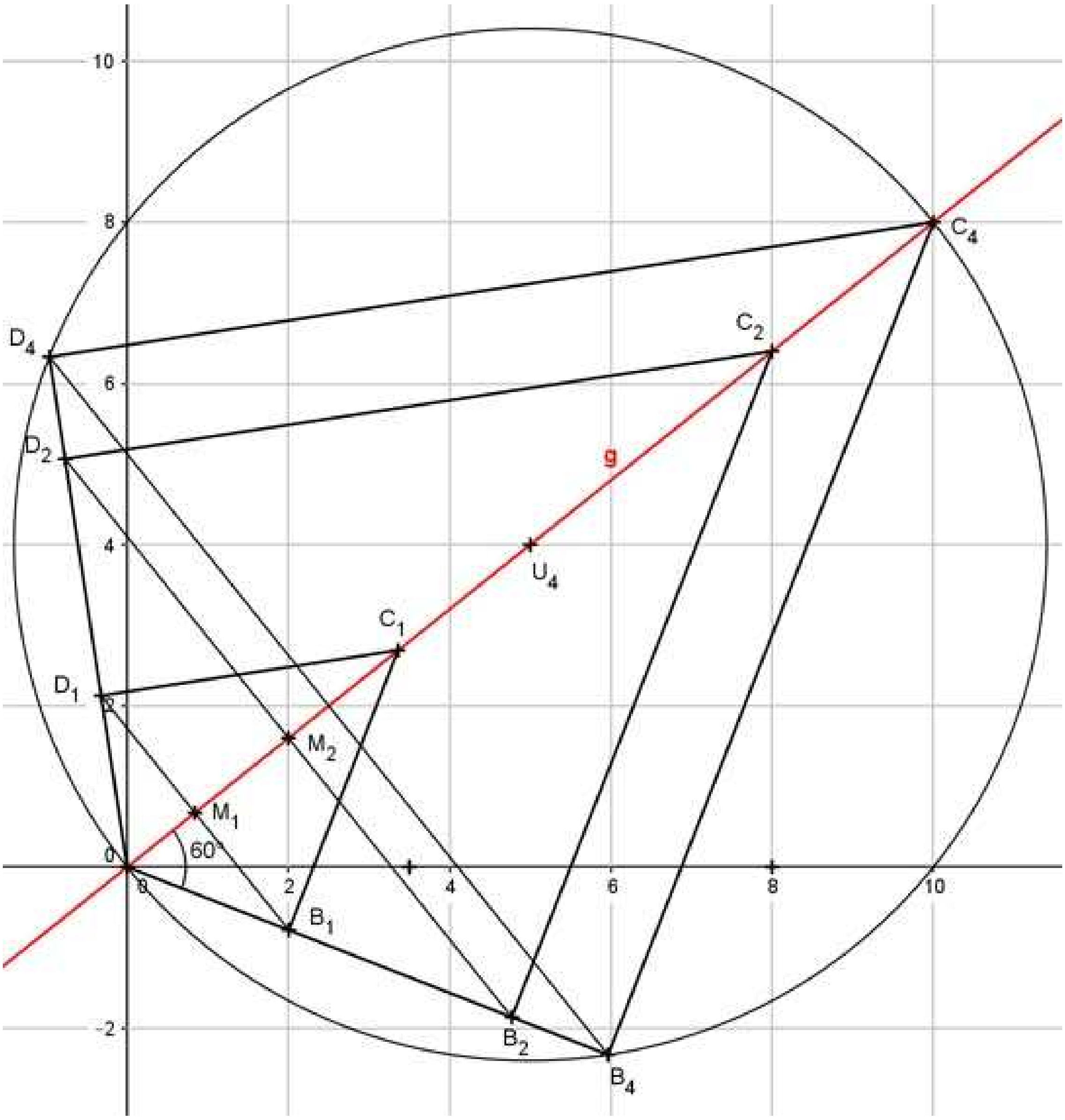
B 1.4 Bestimmen Sie rechnerisch die Gleichung des Trägergraphen h der Punkte B_n. 1 P

B 1.5 Das Drachenviereck $AB_3C_3D_3$ hat einen Flächeninhalt von 25 FE. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes C_3. 3 P

B 1.6 Jedes Dreieck AB_nC_n und das zugehörige Drachenviereck $AB_nC_nD_n$ haben jeweils einen gemeinsamen Umkreis, dessen Mittelpunkt U_n stets auf der Symmetrieachse g liegt. Das Drachenviereck $AB_4C_4D_4$ hat den Umkreismittelpunkt $U_4(5\,|\,4)$. Zeichnen Sie das Drachenviereck $AB_4C_4D_4$ mit dem zugehörigen Umkreis in die Zeichnung zu 1.1 ein. Berechnen Sie sodann die Koordinaten des Punktes B_4. 3 P

B 1.7 Begründen Sie, dass die Winkel $D_nC_nB_n$ das Maß 60° haben. 2 P

1.0, 1.1, 1.5



1.2

In einem beliebigen Dreieck AMB gilt:

$$\cos 60° = \frac{AM}{AB} \quad | \cdot AB$$

$$AB \cdot \cos 60° = AM \quad | :\cos 60°$$

$$AB = \frac{AM}{0,5}$$

Das Verhältnis AM : AC = 1 : 3 bedeutet, AM = 1/4 * AC = 0,25 AC.

Eingesetzt:

$$\mathbf{AB =} \frac{0{,}25 * AC}{0{,}5} = \mathbf{0{,}5 * AC}$$

1.3

Drehung von AC um 60° im Uhrzeigersinn (= -60°) und Multiplikation mit dem Faktor 0,5 ergibt AB.

$$\overrightarrow{AC} = \begin{bmatrix} x \\ 0{,}8x \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} \cos -60° & -\sin -60° \\ \sin -60° & \cos -60° \end{bmatrix} * 0{,}5 * \left[\overrightarrow{AC}\right] = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}866 \\ -0{,}866 & 0{,}5 \end{bmatrix} * 0{,}5 * \begin{bmatrix} x \\ 0{,}8x \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{\overrightarrow{AB} =} \begin{bmatrix} 0{,}25x+0{,}35x \\ -0{,}43x+0{,}2x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0{,}6x} \\ \mathbf{-0{,}23x} \end{bmatrix}$$

1.4

Die x'-Koordinate des Trägergraphen h entspricht der x-Koordinate des Punktes B.

$x' = 0{,}6x \mid :0{,}6$

$$x = \frac{x'}{0{,}6}$$

$$\mathbf{y' =} - 0{,}23 * \frac{x'}{0{,}6} = \mathbf{- 0{,}38 * x'}$$

1.5

A = 2 * Dreieck ABC

Berechnung mit einer Determinante und den Vektoren $\overrightarrow{AB}$ und $\overrightarrow{AC}$:

$$A = 2 * 0{,}5 * \begin{bmatrix} 0{,}6x & x \\ -0{,}23x & 0{,}8x \end{bmatrix}$$

$A_{(x)} = 0{,}6x * 0{,}8x - (-0{,}23x * x) = 0{,}48x^2 + 0{,}23x^2 = 0{,}71x^2$

$25 = 0{,}71x^2 \mid :0{,}71$

$x^2 = 35{,}21 \mid \sqrt{}$

$x = \pm 5{,}93$

$x_1 = 5{,}93$ ($x_2 = - 5{,}93$ außerhalb des Definitionsbereiches)

$C_3(5{,}93|0{,}8 * 5{,}93 = 4{,}74)$

$C_3(5{,}93|4{,}74)$

1.6

C_4 hat die Koordinaten ($2 * 5 = 10|0{,}8 * 2 * 5 = 8$)

$C_4(10|8)$

B_4 hat die Koordinaten ($0{,}6 * 10 = 6| -0{,}23 * 10 = -2{,}3$)

$B_4(6| -2{,}3)$

1.7

Der Umkreis ist Thaleskreis über AC --> Umfangswinkel bei D = 90°.

--> Winkel bei C im Dreieck ACD = 90° - 60° = 30°

--> **Winkel bei C im Dreieck DCB = 2 * 30° = 60°**