Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2012
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Die Parabel p verläuft durch die Punkte $P(-2|-3)$ und $Q(3|4{,}5)$. Sie hat eine Gleichung der Form $y = ax^2 + bx + 3$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ und $b \in \mathbb{R}$.
Die Gerade g ist festgelegt durch die Punkte $A(-1|-3)$ und $D(12|3{,}5)$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für a und b, dass die Parabel p die Gleichung $y = -0{,}5x^2 + 2x + 3$ hat und bestimmen Sie sodann die Koordinaten des Scheitelpunktes S der Parabel p. Zeichnen Sie die Parabel p für $x \in [-3;\ 6]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leqq x \leqq 7$; $-8 \leqq y \leqq 6$ 4 P

B 1.2 Berechnen Sie die Gleichung der Geraden g und zeichnen Sie diese in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.
[Ergebnis: $g:\ y = 0{,}5x - 2{,}5$] 2 P

B 1.3 Begründen Sie rechnerisch, dass sich die Parabel p und die Gerade g in zwei Punkten schneiden. 2 P

B 1.4 Punkte $B_n(x|-0{,}5x^2 + 2x + 3)$ und C_n auf der Parabel p sind zusammen mit dem Punkt $A(-1|-3)$ Eckpunkte von Dreiecken AB_nC_n. Die x-Koordinate der Punkte C_n ist um 3 kleiner als die Abszisse x der Punkte B_n.
Zeichnen Sie die Dreiecke AB_1C_1 für $x = 1{,}5$ und AB_2C_2 für $x = 5$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.
Zeigen Sie sodann, dass für die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n gilt: $C_n(x-3|-0{,}5x^2 + 5x - 7{,}5)$ 3 P

B 1.5 Berechnen Sie den Flächeninhalt A des Dreiecks AB_1C_1. 3 P

B 1.6 Im Dreieck AB_2C_2 aus 1.4 besitzt der Winkel B_2AC_2 das Maß α.
Berechnen Sie α. 3 P

1.1

Punktkoordinaten von P und Q in die Gleichung der Form $y = ax^2 + bx + 3$ eingesetzt:

$$-3 = a * (-2)^2 + b * (-2) + 3 \mid -3$$
$$4,5 = a * 3^3 + b * 3 + 3 \mid -3$$

$$-6 = 4a - 2b \mid *3 \qquad (1)$$
$$1,5 = 9a + 3b \mid *2$$

$$-18 = 12a - 6b$$
$$3 = 18a + 6b$$

$$-15 = 30a \mid :30$$

$$a = -0,5$$

In (1) eingesetzt:

$$-18 = 12 * (-0,5) - 6b \mid +6$$

$$-12 = -6b \mid :(-6)$$

$$b = 2$$

$$\mathbf{y = -0,5x^2 + 2x + 3}$$

$$y = -0,5x^2 + 2x + 3 \mid :(-0,5)$$

$$\frac{y}{-0,5} = x^2 - 4x - 6$$

$$\frac{y}{-0,5} = (x - 2)^2 - 4 - 6$$

$$\frac{y}{-0,5} = (x - 2)^2 - 10 \mid *(-0,5)$$

$$y = -0,5(x - 2)^2 + 5$$

S(2|5)

Wertetabelle zu p:

x	-3	-1	1	3	5	6
y	-7,5	0,5	4,5	4,5	0,5	-3

1.2

Punktkoordinaten von A und D in die Gleichung der Form y = mx + b eingesetzt.

-3 = m * (-1) + b |*(-1)
3,5 = m * 12 + b
----

3 = m - b
3,5 = 12m + b (1)

6,5 = 13m |:13

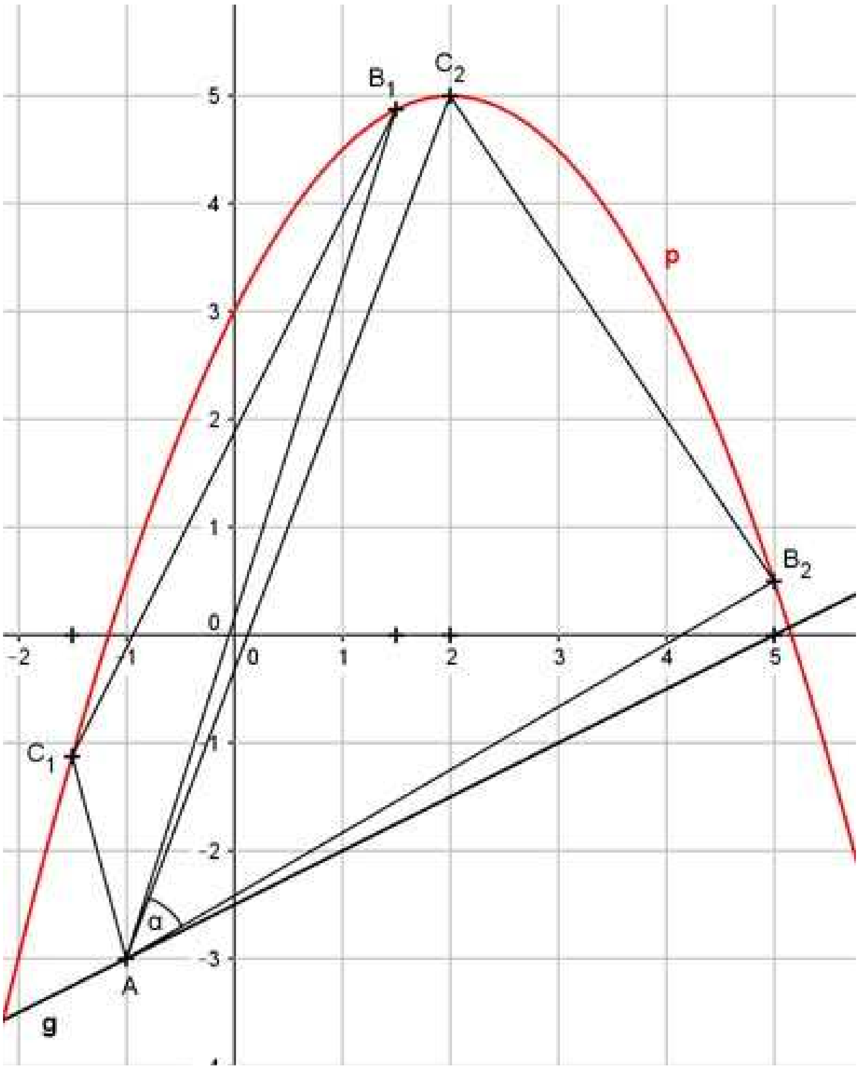
m = 0,5

In (1) eingesetzt:

6,5 = 12 * 0,5 + b | -6

b = - 2,5

y = 0,5x - 2,5



1.3

$-0{,}5x^2 + 2x + 3 = 0{,}5x - 2{,}5 \mid -0{,}5x$

$-0{,}5x^2 + 1{,}5x + 3 = -2{,}5 \mid +2{,}5$

$-0{,}5x^2 + 1{,}5x + 5{,}5 = 0 \mid :(-0{,}5)$

$x^2 - 3x - 11 = 0$

p, q - Formel:

$p = -3, q = -11$

$x_{1,2} = \frac{-(-3)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-3}{2}\right)^2 - (-11)}$

$x_{1,2} = 1{,}5 \pm \sqrt{13{,}25}$

$x_{1,2} = 1{,}5 \pm 3{,}64$

$x_1 = 5,14$

$x_2 = -2,14$

1.4

C hat die Koordinaten $(x - 3)| -0,5 *(x - 3)^2 + 2 * (x - 3) + 3)$

$C(x - 3)| - 0,5 *(x^2 - 6x + 9) + 2x - 6 + 3)$

$C(x - 3)|- 0,5x^2 + 3x - 4,5 + 2x - 3)$

$C(x - 3| -0,5x^2 + 5x - 7,5)$

1.5

B_1 hat die Koordinaten $(1,5|- 0,5 * 1,5^2 + 2 * 1,5 + 3 = 4,875)$

$$\overrightarrow{AB_1} = \overrightarrow{OB_1} - \overrightarrow{OA} = \begin{bmatrix} 1,5 \\ 4,875 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,5 \\ 7,875 \end{bmatrix}$$

C_1 hat die Koordinaten $(-1,5|- 0,5 * (-1,5)^2 + 2 * (-1,5) + 3 = - 1,125)$

$$\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{OC_1} - \overrightarrow{OA} = \begin{bmatrix} -1,5 \\ -1,125 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,5 \\ 1,875 \end{bmatrix}$$

Berechnung mit einer Determinante und den Vektoren $\overrightarrow{AB_1}$ und $\overrightarrow{AC_1}$:

$$A = 0,5 * \begin{bmatrix} 2,5 & -0,5 \\ 7,875 & 1,875 \end{bmatrix} = 0,5 * (2,5 * 1,875 - (-0,5) * 1,875)$$

$A = 4,31$ FE

1.6

Aus der Wertetabelle abgelesen: B_2 hat die Koordinaten $(5|0,5)$

$C_2(2|5)$ Scheitelpunkt

$$\overrightarrow{B_2C_2} = \overrightarrow{OC_2} - \overrightarrow{OB_2} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 \\ 0,5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 4,5 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB_2} = \overrightarrow{OB_2} - \overrightarrow{OA} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0,5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 3,5 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC_2} = \overrightarrow{OC_2} - \overrightarrow{OA} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$B_2C_2^2 = (-3)^2 + 4,5^2 = 29,25 \; |\sqrt{\ }$

$B_2C_2 = 5,41$ LE

$AB_2^2 = 6^2 + 3,5^2 = 46,25 \mid \sqrt{}$

$AB_2 = 6,95$ LE

$AC_2^2 = 3^2 + 8^2 = 73 \mid \sqrt{}$

$AC_2 = 8,54$ LE

Kosinussatz im Dreieck AB_2C_2:

$B_2C_2^2 = AC_2^2 + AB_2^2 - 2 * AC_2 * AB_2 * \cos\alpha$

$29,27 = 72,93 + 48,3 - 2 * 8,54 * 6,95 * \cos\alpha$

$29,27 = 121,23 - 118,71 * \cos\alpha \mid -121,23$

$-91,96 = -118,71 * \cos\alpha \mid : (-118.71)$

$\cos\alpha = 0,7747$ --> **$\alpha = 39,2°$**