Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2013
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Die Pfeile $\overrightarrow{AB_n}(\varphi) = \begin{pmatrix} 5\cos\varphi - 2 \\ 5\sin^2\varphi \end{pmatrix}$ mit $A(0\,|\,0)$ und $\varphi \in \,]0°; 90°[$ legen Trapeze $AB_nC_nD_n$ fest, deren Eckpunkte C_n durch Achsenspiegelung der Punkte B_n an der Geraden g mit der Gleichung $x = -2$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$) entstehen. Die Punkte D_n besitzen dieselbe Abszisse wie die Punkte C_n und liegen auf der x-Achse.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Berechnen Sie die Koordinaten der Pfeile $\overrightarrow{AB_1}$ für $\varphi = 50°$ und $\overrightarrow{AB_2}$ für $\varphi = 70°$ und zeichnen Sie sodann die Gerade g sowie die Trapeze $AB_1C_1D_1$ und $AB_2C_2D_2$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-9 \leqq x \leqq 5$; $-2 \leqq y \leqq 7$ 3 P

B 2.2 Berechnen Sie das Maß des Winkels C_1B_1A. 2 P

B 2.3 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Gleichung des Trägergraphen t ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$) der Punkte C_n gilt: $y = -\frac{1}{5}(x+2)^2 + 5$.

[Teilergebnis: $C_n\left(-5\cos\varphi - 2\,|\,5\sin^2\varphi\right)$] 3 P

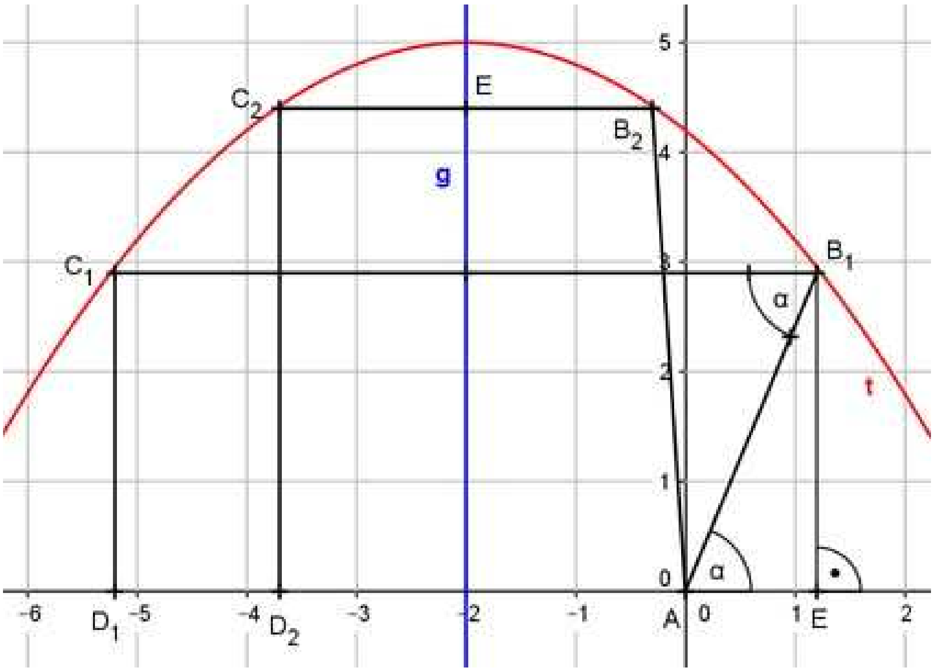
B 2.4 Unter den Trapezen $AB_nC_nD_n$ gibt es das Rechteck $AB_3C_3D_3$.
Überprüfen Sie rechnerisch, ob das Rechteck $AB_3C_3D_3$ ein Quadrat ist. 3 P

B 2.5 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für den Flächeninhalt A der Trapeze $AB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von φ gilt: $A(\varphi) = \left(2{,}5\cos\varphi\left(-15\cos^2\varphi - 2\cos\varphi + 15\right) + 5\right)$ FE. 3 P

B 2.6 Das Trapez $AB_4C_4D_4$ hat den Flächeninhalt 5 FE. Bestimmen Sie das zugehörige Maß φ. 3 P

2.0, 2.1, 2.3

	$\overrightarrow{AB_1}$	$\overrightarrow{AB_2}$
φ	50°	70°
x	**1,21**	**-0,29**
y	**2,93**	**4,42**



2.2

Im Dreieck AEB_1 gilt:

$$\tan \alpha = \frac{EB_1}{AE} = \frac{2{,}93 \text{ cm}}{1{,}21 \text{ cm}} = 2{,}4215 \text{ --> } \boldsymbol{\alpha = 67{,}56°}$$

2.3

$$\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{OE} - \overrightarrow{OB} = \begin{bmatrix} -2 \\ 5\sin^2\varphi \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5\cos\varphi - 2 \\ 5\sin^2\varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5\cos\varphi \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + 2 * \overrightarrow{BE} = \begin{bmatrix} 5\cos\varphi - 2 \\ 5\sin^2\varphi \end{bmatrix} + 2 * \begin{bmatrix} -5\cos\varphi \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5\cos\varphi - 2 \\ 5\sin^2\varphi \end{bmatrix}$$

Die x-Koordinate von C entspricht der x'-Koordinate des Trägergraphen t.

$x' = - 5 * \cos \varphi - 2 \mid +2$

$x' + 2 = - 5 * \cos \varphi \mid :(-5)$

$$\cos \varphi = - \frac{x' + 2}{5}$$

$y' = 5 * \sin^2 \varphi = 5 * (1 - \cos^2 \varphi)$

$$y' = 5 * \left(1 - \left(- \frac{x' + 2}{5}\right)^2\right) = 5 * \left(1 - \frac{(x + 2)^2}{25}\right)$$

$$\mathbf{y' = 5 - \frac{(x + 2)^2}{5}}$$

2.4

Soll das Trapez $AB_3C_3D_3$ ein Rechteck sein, dann muss B_3 auf der y-Achse liegen, die x-Koordinate für B_3 muss gleich Null sein und C_3B_3 = 4 LE.

$5 * \cos \varphi - 2 = 0 \ |+2$

$5 * \cos \varphi = 2 \ | :5$

$\cos \varphi = 0{,}4 \to \varphi = 66{,}42°$

$y = 5 * \sin 66{,}42° = 4{,}2$ LE $\neq C_3B_3$ --> **es ist kein Quadrat.**

2.5

$BC = x_B - x_C = 5 * \cos \varphi - 2 - (- 5 * \cos \varphi - 2)$

$BC = 10 \cos \varphi$

$AD = x_A - x_C = 0 - (- 5 * \cos \varphi - 2) = 5 * \cos \varphi + 2$

$$A = \frac{BC + AD}{2} * y_B$$

$$A_{(\varphi)} = \frac{10 * \cos \varphi + 5 * \cos \varphi + 2}{2} * 5 * \sin^2 \varphi$$

$A_{(\varphi)} = (7{,}5 \cos \varphi + 1) * 5 * (1 - \cos^2 \varphi)$

$A_{(\varphi)} = (7{,}5 \cos \varphi + 1) * (5 - 5 * \cos^2 \varphi)$

$A_{(\varphi)} = 37{,}5 \cos \varphi + 5 - 37{,}5 * \cos^3 \varphi - 5 * \cos^2 \varphi$

$A_{(\varphi)} = 2,5 * \cos \varphi * (-15 * \cos^2 \varphi - 2 * \cos \varphi + 15) + 5$ FE

2.6

$5 = 2,5 * \cos \varphi * (-15 * \cos^2 \varphi - 2 * \cos \varphi + 15) + 5 \mid -5$

$0 = 2,5 * \cos \varphi * (-15 * \cos^2 \varphi - 2 * \cos \varphi + 15) \mid :2,5$

$0 = \cos \varphi * (-15 * \cos^2 \varphi - 2 * \cos \varphi + 15)$

Produkt aus 2 Faktoren wird dann = 0, wenn einer der Faktoren = 0 ist.

1. Fall:

$\cos \varphi = 0 \rightarrow \varphi = 90°$ außerhalb D

2. Fall

$-15 * \cos^2 \varphi - 2 * \cos \varphi + 15 = 0$

A,B,C - Formel:

A = - 15, B = - 2, C = 15

$$\cos \varphi_{1,2} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2-(4*(-15)*15)}}{2*(-15)} = \frac{2 \pm \sqrt{904}}{-30}$$

$$\cos \varphi_{1,2} = \frac{2 \pm 30,07}{-30}$$

$\cos \varphi_1 = -1,07$ keine Lösung < -1

$\cos \varphi_2 = 0,9357 \rightarrow$ **$\varphi_2 = 20,66°$**