

Prüfungsaufgaben Aufgabe 19

Abschlussprüfung 2003

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabengruppe A

Aufgabe A 1

- A 1.0 Gewässerbiologen bestimmen das Maß für die Verschmutzung von Gewässern häufig über die Abnahme der Lichtintensität bei zunehmender Wassertiefe. Die Lichtintensität wird in der Einheit Lux angegeben. Messungen zeigen, dass die Abnahme der Lichtintensität durch eine Funktion mit der Gleichung $y = y_0 \cdot 10^{-k \cdot x}$ ($G = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}^+$; $y_0 \in \mathbb{R}^+$; $k \in \mathbb{R}^+$) dargestellt werden kann. Dabei bedeutet y_0 Lux die Lichtintensität an der Wasseroberfläche, $k \text{ cm}^{-1}$ den Absorptionskoeffizienten und y Lux die Lichtintensität in x cm Wassertiefe.
- A 1.1 In einem Bergsee ($k = 0,0104$) wurde am leicht bewölkten 2. April mittags in 82 cm Wassertiefe eine Lichtintensität von 11 789 Lux gemessen. Berechnen Sie y_0 auf Ganze gerundet und zeigen Sie damit, dass die Lichtintensität y Lux in Abhängigkeit von der Wassertiefe x cm in diesem Bergsee durch die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 84\,000 \cdot 10^{-0,0104x}$ dargestellt werden kann. 2 P
- A 1.2 Tabellarisieren Sie die Funktion f_1 für $x \in [0; 140]$ in Schritten von $\Delta x = 20$ auf Ganze gerundet und zeichnen Sie sodann den Graphen von f_1 in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Auf der x -Achse: 1 cm für 20 cm Wassertiefe; $0 \leq x \leq 160$
Auf der y -Achse: 1 cm für 10 000 Lux; $0 \leq y \leq 90\,000$
- Entnehmen Sie dem Graphen den Wert für die Wassertiefe, in der die Lichtintensität um 59 000 Lux niedriger ist als an der Wasseroberfläche. 4 P
- A 1.3 Ermitteln Sie durch Rechnung, in welcher Wassertiefe des Bergsees am 2. April mittags die Lichtintensität noch 15% der Lichtintensität an der Wasseroberfläche beträgt. (Auf Ganze runden.) 2 P
- A 1.4 Berechnen Sie, um wie viel Prozent die Lichtintensität im Bergsee am 2. April mittags pro cm Wassertiefe abnimmt. (Auf eine Stelle nach dem Komma runden.) 2 P
- A 1.5 In einem Waldsee ist die Abnahme der Lichtintensität mit zunehmender Wassertiefe höher als im Bergsee. Berechnen Sie k für diesen Waldsee auf vier Stellen nach dem Komma gerundet, wenn sich die Lichtintensität alle 12 cm Wassertiefe um die Hälfte verringert. [Ergebnis: $k = 0,0251$] 2 P
- A 1.6 Am sonnigen 10. Juni mittags wurde an der Wasseroberfläche des Waldsees eine Lichtintensität von 105 000 Lux gemessen. Geben Sie die Gleichung der Funktion f_2 an, die die Abnahme der Lichtintensität zu diesem Zeitpunkt im Waldsee beschreibt. Berechnen Sie anschließend die Wassertiefe, in der sich am 2. April mittags im Bergsee und am 10. Juni mittags im Waldsee eine gleich hohe Lichtintensität ergibt. (Auf ganze Zentimeter runden.) 3 P

1.1

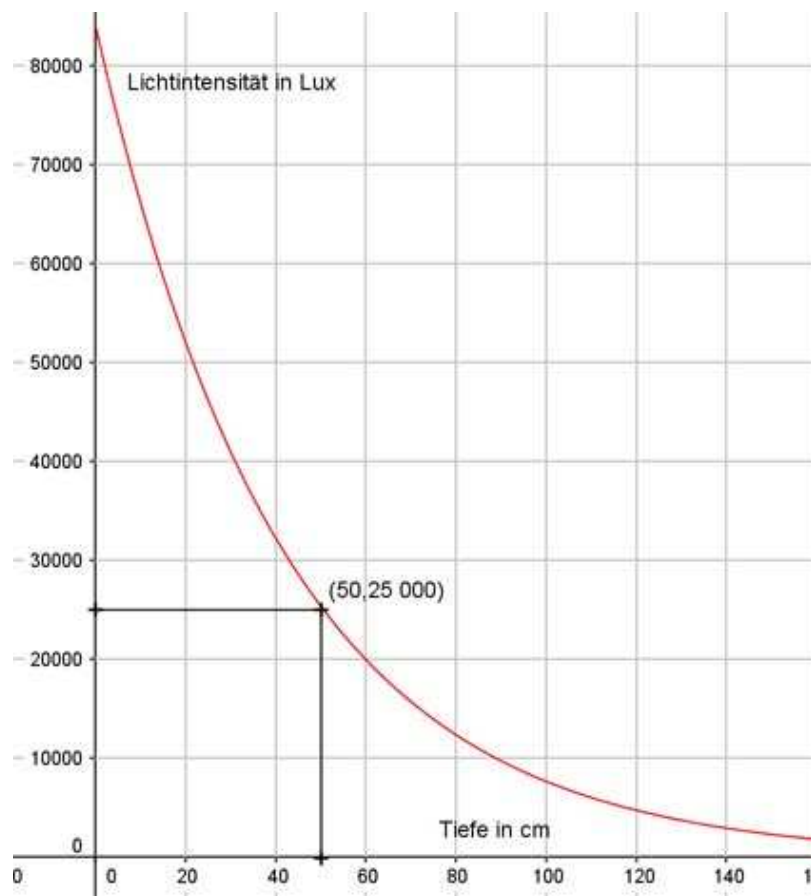
$$11\,789 = y_0 * 10^{-0,0104*82} \quad | : 10^{-0,0104*82}$$

$$y_0 = \frac{11\,789}{10^{-0,0104 \cdot 82}} = 11\,789 \cdot 10^{0,0104 \cdot 82} = \mathbf{84\,000\, \text{Lux}}$$

$$y = 84\,000 \cdot 10^{-0,0104 \cdot x}$$

1.2

x	0	20	40	60	80	100	120	140	160
y	84 000	52 033	32 231	19 965	12 367	7 661	4 745	2 940	1 821



Abgelesen: (50,25 000)

Genaue Rechnung:

Um 59 000 Lux weniger bedeutet, es sind noch

84 000 Lux - 59 000 Lux = 25 000 Lux vorhanden.

$$25\,000 = 84\,000 \cdot 10^{-0,0104 \cdot x} \quad | :84\,000$$

$$0,2976 = 10^{-0,0104 \cdot x} \quad | \lg$$

$$\lg 0,2976 = \lg 10^{-0,0104 \cdot x}$$

$$\lg 0,2976 = - 0,0104 * x \mid :0,0104$$

$$x = \frac{\lg 0,2976}{- 0,0104} = \mathbf{50,6 \text{ cm}}$$

1.3

$$15\% \text{ von } 84\,000 \text{ Lux} = 0,15 * 84\,000 \text{ Lux} = 12\,600 \text{ Lux}$$

$$12\,600 = 84\,000 * 10^{-0,0104*x} \mid :84\,000$$

$$0,15 = 10^{-0,0104*x} \mid \lg$$

$$\lg 0,15 = \lg 10^{-0,0104*x}$$

$$\lg 0,15 = - 0,0104 * x \mid :0,0104$$

$$x = \frac{\lg 0,15}{- 0,0104} = \mathbf{79 \text{ cm}} \text{ gerundet}$$

1.4

$$x = 1$$

$$y = 84\,000 * 10^{-0,0104} = 82\,012 \text{ Lux}$$

Verlust pro cm:

$$84\,000 \text{ Lux} - 82\,012 \text{ Lux} = 1\,988 \text{ Lux}$$

Verhältnisgleichung:

$$84\,000 : 100 = 1\,988 : x$$

$$84\,000 * x = 1\,988 * 100 \mid :84\,000$$

$$x = \frac{1\,988 * 100}{84\,000} = \mathbf{2,4\%}$$

1.5

$$0,5 = 10^{k*12} \mid \lg$$

$$\lg 0,5 = \lg 10^{k*12}$$

$$\lg 0,5 = k * 12 \quad | :12$$

$$k = \frac{\lg 0,5}{12} = -0,0251$$

1.6

$$106\ 000 * 10^{-0,0251*x} = 84\ 000 * 10^{-0,0104*x} \quad | :84\ 000$$

$$1,2619 * 10^{-0,0251*x} = 10^{-0,0104*x} \quad | : 10^{-0,0251*x}$$

$$1,2619 = \frac{10^{-0,0104*x}}{10^{-0,0251*x}}$$

$$1,2619 = 10^{-0,0104 * x - (-0,0251*x)}$$

$$1,2619 = 10^{0,0147*x} \quad | \lg$$

$$\lg 1,2619 = \lg 10^{0,0147*x}$$

$$\lg 1,2619 = 0,0147*x \quad | :-0,0147$$

$$x = \frac{\lg 1,2619}{0,0147} = 6,89 \text{ cm} = 7 \text{ cm gerundet}$$