Prüfungsaufgaben Aufgabe 196

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2014
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Name: ____________________ Vorname: ____________________

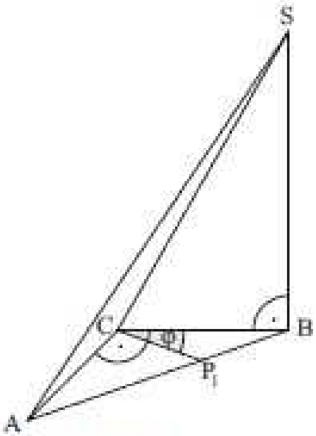
Klasse: ____________ Platzziffer: ____________ Punkte: ____________

Aufgabe A 1 — Nachtermin

A 1.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCS, deren Grundfläche das rechtwinklige Dreieck ABC mit den Katheten [AC] und [BC] ist. Die Spitze S liegt senkrecht über dem Punkt B.

Es gilt: $\overline{AC} = 6$ cm; $\overline{BC} = 4$ cm; $\overline{BS} = 7$ cm.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 1.1 Berechnen Sie das Maß des Winkels CBA. [Ergebnis: $\sphericalangle CBA = 56{,}31°$]

1 P

A 1.2 Punkte P_n liegen auf der Strecke [AB]. Die Winkel P_nCB haben das Maß φ mit $\varphi \in]0°; 90°[$.

Zeigen Sie durch Rechnung, dass für das Volumen V der Pyramiden P_nBCS mit den Grundflächen P_nBC in Abhängigkeit von φ gilt: $V(\varphi) = \dfrac{15{,}53 \cdot \sin\varphi}{\sin(56{,}31° + \varphi)}\ \text{cm}^3$.

3 P

A 1.3 Berechnen Sie das Volumen der Pyramide P_0BCS, deren Grundfläche das gleichschenklige Dreieck P_0BC mit der Basis [BC] ist.

1.1

Im Dreieck ABC gilt:

$$\tan \measuredangle CBA = \frac{AC}{CB} = \frac{6\text{ cm}}{4\text{ cm}} = 1{,}5 \rightarrow \mathbf{\measuredangle CBA = 56{,}31°}$$

1.2

In einem beliebigen Dreieck CPB gilt:

$\measuredangle CPB = 180° - \varphi - 56{,}31°$

$\sin \measuredangle CPB = \sin(180° - (\varphi + 56{,}31°)) = \sin(\varphi + 56{,}31°)$

Sinussatz:

$$\frac{PB_{(\varphi)}}{\sin 56{,}31°} = \frac{BC}{\sin(\varphi + 56{,}31°)} \quad | \sin 56{,}31°$$

$$PB_{(\varphi)} = \frac{BC * \sin 56{,}31°}{\sin(\varphi + 56{,}31°)} = \frac{4\text{ cm} * \sin 56{,}31°}{\sin(\varphi + 56{,}31°)} = \frac{3{,}33\text{ cm}}{\sin(\varphi + 56{,}31°)}$$

$V_{(\varphi)} = 0{,}5 * PB_{(\varphi)} * BC * \sin\varphi * BS$

$$V_{(\varphi)} = \frac{0{,}5 * \frac{3{,}33\text{ cm}}{\sin(\varphi + 56{,}31°)} * 4\text{ cm} * \sin\varphi * 7\text{ cm}}{3}$$

$$\mathbf{V_{(\varphi)} = \frac{15{,}54 * \sin\varphi}{\sin(\varphi + 56{,}31°)}\ cm^3}$$

1.3

Für dieses Dreieck gilt $\varphi = 56{,}31°$

In $V_{(\varphi)}$ eingesetzt:

$$\mathbf{V} = \frac{15{,}54 * \sin 56{,}31°}{\sin(56{,}31° + 56{,}31°)} = \mathbf{14{,}01\ cm^3}$$