Prüfungsaufgaben Aufgabe 200

Abschlussprüfung 2014

an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Die Parabel p_1 verläuft durch die Punkte $P(-2|-2)$ und $Q(8|3)$. Sie hat eine Gleichung der Form $y = ax^2 + bx + 3$ mit $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $b \in \mathbb{R}$ und $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
Die Parabel p_2 besitzt die Gleichung $y = \frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{2}x - 2$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

B 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für a und b, dass die Parabel p_1 die Gleichung $y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x + 3$ besitzt. Zeichnen Sie sodann die Parabeln p_1 und p_2 für $x \in [-2; 9]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-3 \leq x \leq 10$; $-3 \leq y \leq 8$. 4 P

B 1.2 Punkte $A_n\left(x \middle| -\frac{1}{4}x^2 + 2x + 3\right)$ auf der Parabel p_1 und Punkte $C_n\left(x \middle| \frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{2}x - 2\right)$ auf der Parabel p_2 haben dieselbe Abszisse x. Sie sind zusammen mit Punkten B_n und D_n für $x \in]-1{,}61; 8{,}28[$ Eckpunkte von Rauten $A_nB_nC_nD_n$ mit den Diagonalenschnittpunkten M_n.
Für die Länge der Diagonalen $[B_nD_n]$ gilt: $\overline{B_nD_n} = 5\,\text{LE}$.
Zeichnen Sie die Rauten $A_1B_1C_1D_1$ für $x = 1$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 7$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. 2 P

B 1.3 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Diagonalen $[A_nC_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt:
$\overline{A_nC_n}(x) = \left(-0{,}375x^2 + 2{,}5x + 5\right)\,\text{LE}$. 1 P

B 1.4 Unter den Rauten $A_nB_nC_nD_n$ gibt es Rauten $A_3B_3C_3D_3$ und $A_4B_4C_4D_4$, für die gilt: $\overline{A_3B_3} = \overline{A_4B_4} = 4\,\text{LE}$.
Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte A_3 und A_4.
Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 4 P

B 1.5 Unter den Diagonalen $[A_nC_n]$ hat die Diagonale $[A_0C_0]$ die maximale Länge. Berechnen Sie die Länge der Strecke $[A_0C_0]$ und den zugehörigen Wert für x.
Berechnen Sie sodann den Flächeninhalt der Raute $A_0B_0C_0D_0$.
Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. [Ergebnis: $\overline{A_0C_0} = 9{,}17\,\text{LE}$] 3 P

B 1.6 Begründen Sie rechnerisch, dass für das Maß der Winkel $\sphericalangle A_nD_nM_n$ gilt:
$\sphericalangle A_nD_nM_n < 65°$. 3 P

1.0, 1.1, 1.2

Punktkoordinaten von P und Q in die Gleichung der Form $y = ax^2 + bx + 3$ eingesetzt:

$-2 = a * (-2)^2 + b * (-2) + 3 \mid -3$
$3 = a * 8^2 + b * 8 + 3 \mid -3$

$-5 = 4a - 2b \quad \mid *4 \qquad (1)$
$0 = 64a + 8b$

$-20 = 16a - 8b$
$0 = 64a + 8b$

$-20 = 80a \mid :80$

$a = -0{,}25$

In (1) eingesetzt:

$-5 = 4 * (-0{,}25) - 2b \mid +1$

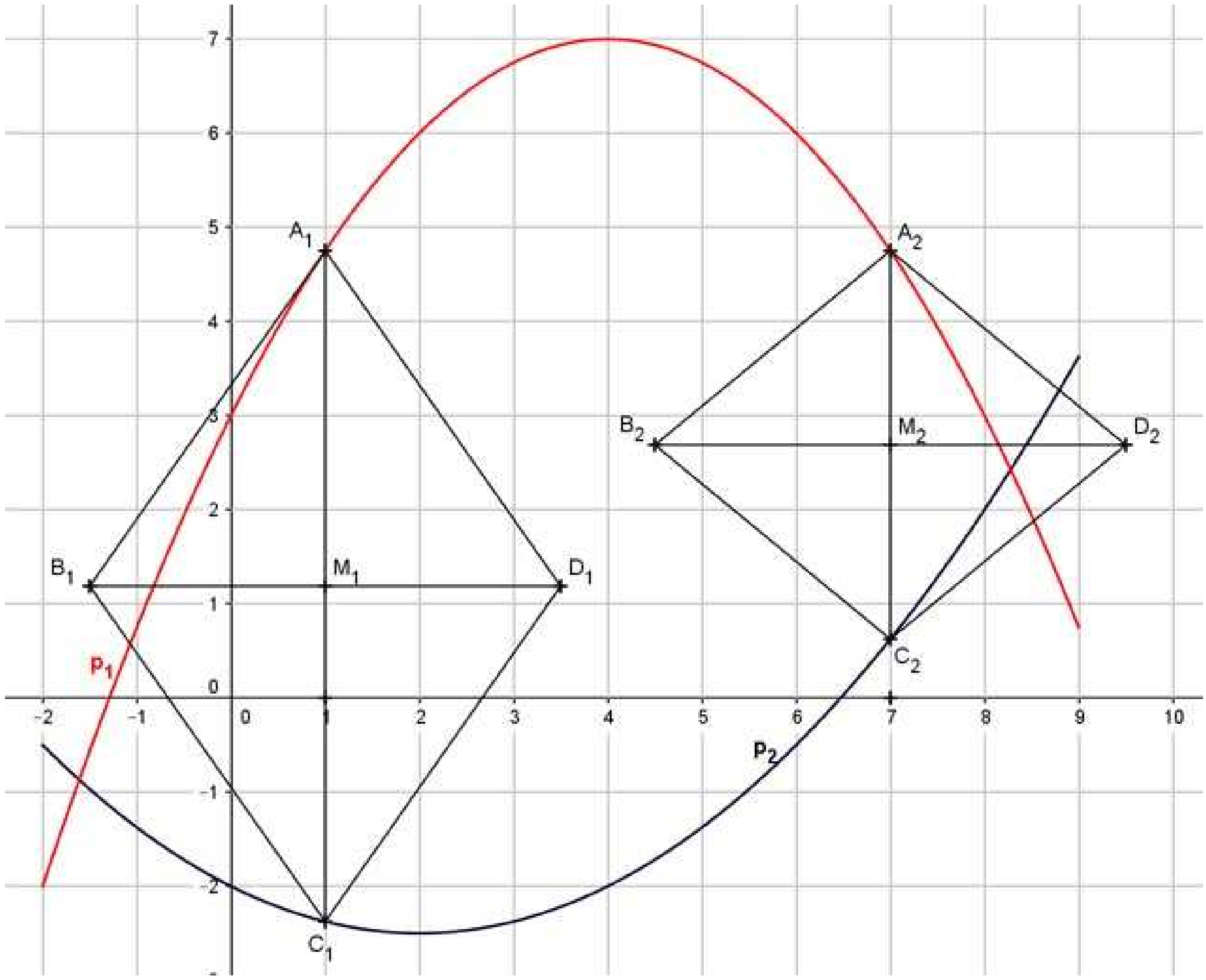
$-4 = -2b \mid :(-2)$

$b = 2$

$y = -0{,}25x^2 + 2x + 3$

Wertetabellen zu p_1 und p_2:

x	-2	0	2	4	6	8	9
y_1	-2	3	6	7	6	3	0,75
y_2	-0,5	-2	-2,5	-2	-0,5	2	3,6



1.3

$AC_{(x)} = y_A - y_C = -0{,}25x^2 + 2x + 3 - (0{,}125x^2 - 0{,}5x - 2)$

$AC_{(x)} = -0{,}375x^2 + 2{,}5x + 5$ LE

1.4

Satz von Pythagoras im Dreieck $A_3B_3M_3$:

$B_3M_3 = B_3D_3/2 = 5\ LE/2 = 2{,}5\ LE$

$A_3B_3^2 = B_3M_3^2 + M_3A_3^2 \mid -B_3M_3^2$

$A_3B_3^2 - B_3M_3^2 = M_3A_3^2$

$M_3A_3^2 = 4^2 - 2{,}5^2 = 9{,}75 \mid \sqrt{}$

$M_3A_3 = 3{,}12\ LE \rightarrow A_3C_3 = 2 * 31{,}2\ LE = 6{,}24\ LE$

$6{,}24 = -0{,}375x^2 + 2{,}5x + 5 \mid -6{,}24$

$- 0,375x^2 + 2,5x - 1,24 = 0$

A, B, C - Formel:

$A = -0,375$, $B = 2,5$, $C = - 1,24$

$$x_{1,2} = \frac{- 2,5 \pm \sqrt{2,5^2-(4*(-0,375)*(-1,24)}}{2 * (-0,375)} = \frac{- 2,5 \pm \sqrt{4,39}}{- 0,75}$$

$$x_{1,2} = \frac{- 2,5 \pm 2,1}{- 0,75}$$

$x_1 = 0,53$

$x_2 = 6,13$

A_3 hat die Koordinaten $(0,53| -0,25 * 0,53^2 + 2 * 0,53 + 3 = 3,99)$

$A_3(0,53|3,99)$

A_4 hat die Koordinaten $(6,13| -0,25 * 6,13^2 + 2 * 6,13 + 3 = 5,87)$

$A_4(6,13|5,87)$

1.5

Scheitelpunktberechnung:

$AC = - 0,375x^2 + 2,5x + 5 \mid :(-0,375)$

$$\frac{AC}{- 0,375} = x^2 - 6,67x - 13,33$$

$$\frac{AC}{- 0,375} = (x - 3,34)^2 - 11,16 - 13,33$$

$$\frac{AC}{- 0,375} = (x - 3,34)^2 - 24,49 \mid *(-0,375)$$

$AC = - 0,375(x - 3,34)^2 + 9,18$

Für $x = 3,34$ hat AC die maximale Länge von 9,18 LE.

A = 0,5 * AC * BD = 0,5 * 5 * 9,18 FE = **22,95 FE**

1.6

Der Winkel ADM ist dann maximal, wenn AC maximal ist.

$$\tan \measuredangle ADM_{max} = \frac{AC/2}{BC/2} = \frac{9{,}18/2}{5\,/2} = 1{,}836 \text{ -->}$$

$\measuredangle ADM_{max}$ = 61,4° < 65°