Abschlussprüfung 2015

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Name: ______________ Vorname: ______________

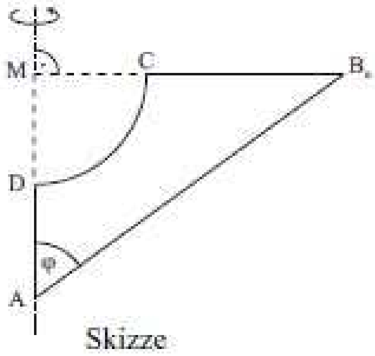
Klasse: ______________ Platzziffer: ______________ Punkte: ______________

Aufgabe A 1 **Haupttermin**

A 1.0 Gegeben sind rechtwinklige Dreiecke AB_nM mit $\overline{AM} = 4$ cm und den Hypotenusen $[AB_n]$.

Die Winkel B_nAM haben das Maß φ mit $\varphi \in]30°; 90°[$.

Der Kreis k mit dem Mittelpunkt M und dem Radius $r = \overline{MC} = 2$ cm schneidet die Seite $[AM]$ im Punkt D und die Seiten $[B_nM]$ im Punkt C.



Skizze

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

A 1.1 Berechnen Sie die Länge der Seite $[AB_1]$ für $\varphi = 54°$.

1 P

A 1.2 Die Figuren AB_nCD, die durch die Strecken $[AD]$, $[AB_n]$ und $[B_nC]$ sowie durch den Kreisbogen $\overset{\frown}{DC}$ begrenzt sind, rotieren um die Gerade AM.

Zeigen Sie durch Rechnung, dass für das Volumen V der entstehenden Rotationskörper in Abhängigkeit von φ gilt: $V(\varphi) = \frac{16}{3} \cdot \pi \cdot (4 \cdot \tan^2 \varphi - 1)$ cm³.

3 P

A 1.3 Berechnen Sie das Volumen des entstehenden Rotationskörpers für $\varphi = 54°$.

1.1

Im Dreieck AB_1M gilt:

$$\cos\varphi = \frac{AM}{AB_1} \quad | \cdot AB_1$$

$$AB_1 \cdot \cos\varphi = AM \quad | :\cos\varphi$$

$$\mathbf{AB_1} = \frac{AM}{\cos\varphi} = \frac{4\ \text{cm}}{\cos 54°} = \mathbf{6{,}81\ cm}$$

1.2

$$V_{(\varphi)} = V_{Kegel} - V_{Halbkugel}$$

Im Dreieck AB_1M gilt:

$$\tan\varphi = \frac{B_1M}{AM} \quad | \cdot AM$$

$$B_1M = AM \cdot \tan\varphi = 4 \cdot \tan\varphi$$

$$V_{Kegel} = \frac{\pi \cdot MB1^2 \cdot AM}{3} = \frac{\pi \cdot (4 \cdot \tan\varphi)^2 \cdot 4}{3} = \frac{64 \cdot \pi \cdot \tan^2\varphi}{3}\ \text{cm}^3$$

$$V_{Halbkugel} = \frac{(2 \cdot MC)^3 \cdot \pi}{12} = \frac{(2 \cdot 2)^3 \cdot \pi}{12} = \frac{64 \cdot \pi}{12} = \frac{16 \cdot \pi}{3}\ \text{cm}^3$$

$$\mathbf{V_{(\varphi)}} = \frac{64 \cdot \pi \cdot \tan^2\varphi}{3} - \frac{16 \cdot \pi}{3} = \mathbf{\frac{16 \cdot \pi}{3} \cdot (4 \cdot \tan^2\varphi - 1)\ cm^3}$$

1.3

$$\mathbf{V} = \frac{16 \cdot \pi}{3} \cdot (4 \cdot \tan^2 54° - 1) = \mathbf{110{,}15\ cm^3}$$