Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2015

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 1 — Nachtermin

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 1{,}5^{x+1} - 2$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).
Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Berechnen Sie die Nullstelle der Funktion f_1 und geben Sie die Gleichung der Asymptote an.
Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_1 für $x \in [-6; 4]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-6 \leqq x \leqq 6$; $-3 \leqq y \leqq 6$ 4 P

B 1.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch orthogonale Affinität mit der x-Achse als Affinitätsachse und dem Affinitätsmaßstab $k = -0{,}5$ sowie anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 abgebildet.
Bestätigen Sie durch Rechnung, dass für die Gleichung der Funktion f_2 gilt:
$y = -\frac{2}{9} \cdot 1{,}5^x + 2$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).
Zeichnen Sie sodann den Graphen der Funktion f_2 für $x \in [-6; 6]$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. 4 P

B 1.3 Punkte $A_n\left(x \,\middle|\, 1{,}5^{x+1} - 2\right)$ auf dem Graphen zu f_1 und Punkte $B_n\left(x \,\middle|\, -\frac{2}{9} \cdot 1{,}5^x + 2\right)$ auf dem Graphen zu f_2 haben dieselbe Abszisse x und sind für $x < 2{,}08$ zusammen mit Punkten C_n die Eckpunkte von gleichschenkligen Dreiecken $A_nB_nC_n$ mit den Basen $[A_nB_n]$. Für die Höhen $[C_nM_n]$ der Dreiecke $A_nB_nC_n$ gilt: $\overline{C_nM_n} = 3$ LE.
Zeichnen Sie das Dreieck $A_1B_1C_1$ für $x = -2{,}5$ und das Dreieck $A_2B_2C_2$ für $x = 1$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. 2 P

B 1.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Länge der Strecken $[A_nB_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $\overline{A_nB_n}(x) = (-1{,}72 \cdot 1{,}5^x + 4)$ LE. 2 P

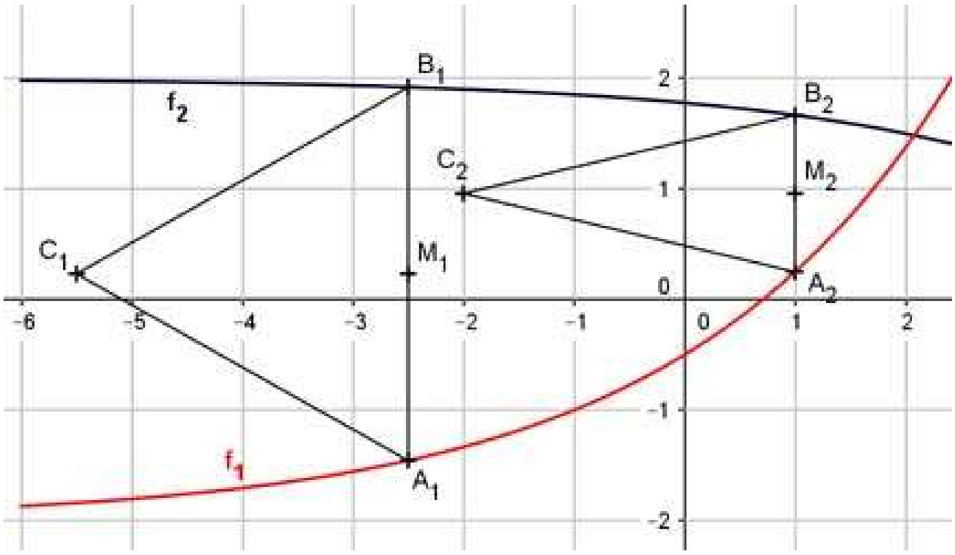
B 1.5 Unter den Dreiecken $A_nB_nC_n$ gibt es das gleichseitige Dreieck $A_3B_3C_3$.
Bestimmen Sie durch Rechnung die x–Koordinate des Punktes A_3. 3 P

B 1.6 Begründen Sie, dass es unter den Dreiecken $A_nB_nC_n$ kein gleichschenklig-rechtwinkliges Dreieck gibt. 2 P

1.0, 1.1, 1.2, 1.3

Wertetabellen zu f_1 und f_2:

x	-6	-4	-2	0	2	4
y_1	-1,9	-1,7	-1,3	-0,5	1,4	5,6
y_2	1,98	1,96	1,9	1,8	1,5	0,9



1.1

Nullstelle:

$0 = 1{,}5^{x+1} - 2 \mid +2$

$2 = 1{,}5^{x+1} \mid \lg$

$\lg 2 = \lg 1{,}5^{x+1}$

$\lg 2 = (x + 1) * \lg 1{,}5 \mid : \lg 1{,}5$

$$x + 1 = \frac{\lg 2}{\lg 1{,}5} \mid -1$$

$$\mathbf{x =} \frac{\lg 2}{\lg 1{,}5} - 1 = \mathbf{0{,}71}$$

Asymptote:

$1{,}5^{x+1}$ ist immer > 0 --> $\mathbf{y = -2}$

1.2

Orthogonale Affinität mit der x-Achse mit k = - 0,5 bedeutet, die ursprüngliche Funktion wird mit - 0,5 multipliziert bei gleichbleibendem x.

$y' = - 0,5 * (1,5^{x+1} - 2) = - 0,5 * 1,5^{x+1} + 1$

Parallelverschiebung:

$x' = x + 3 \; |-3$

$x = x' - 3$

$y'' = y' + 1$

Eingesetzt:

$y'' = - 0,5 * 1,5^{x+1-3} + 1 + 1 = - 0,5 * 1,5^{x'-2} + 2$

$y'' = - 0,5 * 1,5^{x} * 1,5^{-2} + 2 = - \frac{0,5}{2,25} * 1,5x + 2$

$\mathbf{y'' = - \frac{2}{9} * 1,5^{x} + 2}$

1.4

$AB_{(x)} = y_B - y_A = - \frac{2}{9} * 1,5^{x} - 2 - (1,5^{x+1} - 2)$

$AB_{(x)} = - 1,5^{x} * (\frac{2}{9} + 1,5) + 4$

$\mathbf{AB_{(x)} = - 1,72 * 1,5^{x} + 4 \text{ LE}}$

1.5

Die Höhe in dem gleichseitigen Dreieck beträgt 3 LE und berechnet sich zu

$h = 0,5 * AB * v3$

$3 = 0,5 * (- 1,72 * 1,5^{x} + 4) * v3 \; | : 0,5 * v3$

$- 1,72 * 1,5^{x} + 4 = 3,46 \; | - 4$

$- 1,72 * 1,5^{x} = - 0,54 \; | *(-1)$

$1,72 * 1,5^{x} = 0,54 \; | :1,72$

$1,5^{x} = 0,314 \; | \lg$

$\lg 1,5^{x} = \lg 0,314$

$x * \lg 1{,}5 = \lg 0{,}314 \mid : \lg 1{,}5$

$$\mathbf{x =} \frac{\lg 0{,}314}{\lg 1{,}5} = \mathbf{-\ 2{,}86}$$

1.6

$AB_{(x)} = -\ 1{,}72 * 1{,}5^x + 4$ LE

$-\ 1{,}72 * 1{,}5^x$ ist für alle $x < 0$ --> AB ist immer kleiner als 4 LE.

Der Thaleskreis über AB hätte maximal den Radius 2. Die Höhe von ABC ist gleich 3 LE --> der Thaleskreis müsste einene Radius von 3 LE haben --> es kann kein gleichschenklig - rechtwinkliges Dreieck ABC mit der Basis AB und dieser Höhe entstehen.