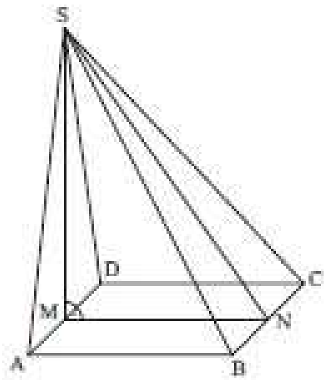
Prüfungsdauer:
150 Minuten

# Abschlussprüfung 2015
an den Realschulen in Bayern

## Mathematik II

**Aufgabe B 2** **Haupttermin**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide $ABCDS$, deren Grundfläche das Quadrat $ABCD$ ist.
Die Spitze S der Pyramide liegt senkrecht über dem Mittelpunkt M der Strecke $[AD]$.
N ist der Mittelpunkt der Strecke $[BC]$.
Es gilt: $\overline{AB} = 8\text{ cm}$; $\sphericalangle SNM = 55°$.
Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.




B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Strecke $[MN]$ auf der Schrägbildachse und der Punkt M links vom Punkt N liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.
Berechnen Sie sodann die Höhe $[MS]$ der Pyramide ABCDS und die Länge der Strecke $[SN]$. $\left[\text{Ergebnisse: } \overline{MS} = 11{,}43\text{ cm}; \overline{SN} = 13{,}95\text{ cm}\right]$ 4 P

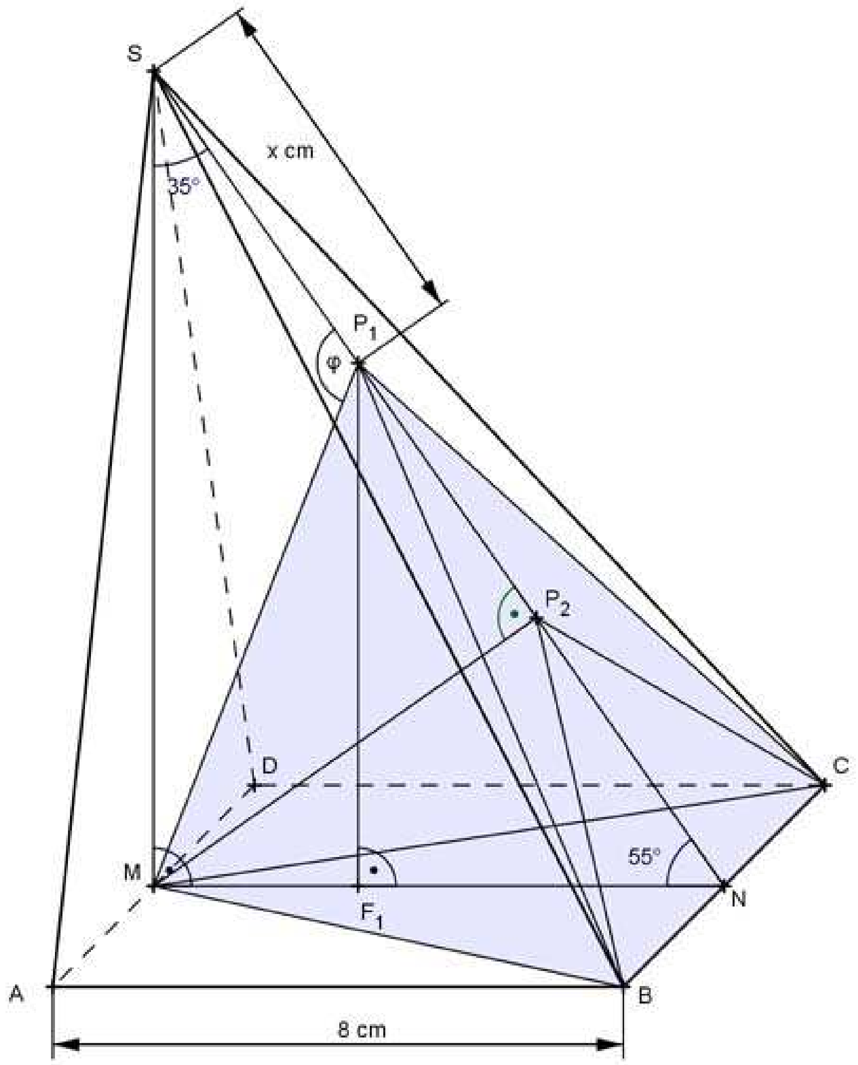
B 2.2 Punkte $P_n$ auf der Strecke $[SN]$ mit $\overline{P_nS}(x) = x\text{ cm}$ mit $x \in \mathbb{R}$ und $x \in ]0; 13{,}95[$ sind die Spitzen von Pyramiden $BCMP_n$. Punkte $F_n$ sind die Fußpunkte der Pyramidenhöhen $[P_nF_n]$.
Zeichnen Sie für $x = 5$ die Pyramide $BCMP_1$ zusammen mit ihrer Höhe $[P_1F_1]$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein. Berechnen Sie sodann das Maß des Winkels $\sphericalangle SP_1M$.
$\left[\text{Teilergebnis: } \overline{MP_1} = 7{,}88\text{ cm}\right]$ 4 P

B 2.3 Zeigen Sie, dass für das Volumen V der Pyramiden $BCMP_n$ in Abhängigkeit von x gilt: $V(x) = (-8{,}75x + 121{,}92)\text{ cm}^3$. 3 P

B 2.4 Ermitteln Sie rechnerisch, für welche Werte von x das zugehörige Volumen der Pyramiden $BCMP_n$ mehr als 34 % des Volumens der Pyramide ABCDS beträgt. 3 P

B 2.5 Unter den Punkten $P_n$ hat der Punkt $P_2$ die kürzeste Entfernung zu M.
Zeichnen Sie die Pyramide $BCMP_2$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[MP_2]$ sowie den zugehörigen Wert für x. 3 P

**2.0, 2.1, 2.2, 2.5**




**2.1**

Im Dreieck MNS gilt:

$$\cos 55° = \frac{MN}{NS} \quad | \cdot NS$$

$$NS \cdot \cos 55° = MN \quad | :\cos 55°$$

**NS =** $\dfrac{MN}{\cos 55°} = \dfrac{8\text{ cm}}{\cos 55°} =$ **13,95 cm**

$$\tan 55° = \frac{MS}{MN} \quad | \cdot MN$$

**MS =** MN * tan 55° = 8 cm * tan 55° = **11,43 cm**

**2.2**

Kosinussatz im Dreieck $MP_1S$:

$MP_1^2 = MS^2 + SP_1^2 - 2 * MS * SP_1 * \cos 35°$

$MP_1^2 = 11{,}43^2 + 5^2 - 2 * 11{,}43 * 5 * \cos 35° = 62{,}02\ cm^2\ |\sqrt{}$

$MP_1 = 7{,}88\ cm$

Sinussatz:

$$\frac{MP_1}{\sin 35°} = \frac{MS}{\sin \varphi}$$

Über Kreuz multipliziert:

$MP_1 * \sin \varphi = MS * \sin 35°\ |\ MP^1$

$$\sin \varphi = \frac{MS * \sin 35°}{MP_1} = \frac{11{,}43\ cm * \sin 35°}{7{,}88\ cm} = 0{,}832 \text{ -->}$$

**$\varphi =$** (56,3°) oder 180° - 56,3° = **123,7°**

**2.3**

In einem beliebigen Dreieck FNP gilt:

$NP = NS - x$

$$\sin 55° = \frac{FP}{NP}\ |\ * NP$$

$FP = NP * \sin 55° = (NS - x) * \sin 55° = (13{,}95\ cm - x) * 0{,}82$

$$V_{(x)} = \frac{0{,}5 * AB * BC * FP}{3} = \frac{0{,}5 * 8 * 8 * (13{,}95 - x) * 0{,}82}{3}\ cm^3$$

**$V_{(x)} = 122{,}02 - 8{,}75x\ cm^3$**

**2.4**

$$V_{ABCDS} = \frac{AB * BC * MS}{3} = \frac{8 * 8 * 11{,}43\ cm^3}{3} = 243{,}84\ cm^3$$

34% davon = $0{,}34 * 243{,}84\ cm^3 = 82{,}91\ cm^3$

$82{,}91 < 122{,}02 - 8{,}75x \mid -122{,}02$

$-39{,}11 < -8{,}75x \mid :(-8{,}75)$

**$x > 4{,}47$ cm**

**2.5**

Im Dreieck $MNP_2$ gilt:

$$\sin 55° = \frac{MP_2}{MN} \mid \cdot MN$$

**$MP_2$ =** $MN \cdot \sin 55° = 8 \text{ cm} \cdot \sin 55° =$ **6,55 cm**

$$\cos 55° = \frac{NS - x}{MN} \mid \cdot MN$$

$MN \cdot \cos 55° = NS - x \mid - NS$

$MN \cdot \cos 55° - NS = -x \mid \cdot(-1)$

**$x$ =** $NS - MN \cdot \cos 55° = 13{,}95 \text{ cm} - 8 \text{ cm} \cdot \cos 55° =$ **9,36 cm**