Abschlussprüfung 2015

an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Für das Viereck ABCD gilt: $\overline{AB} = 10$ cm ; $\overline{BC} = 8$ cm ; $\overline{AD} = 6$ cm ;

$\sphericalangle CBA = 90°$; $\sphericalangle BAD = 120°$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeichnen Sie das Viereck ABCD und berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[BD]$ und das Maß des Winkels $\sphericalangle DBA$.

[Ergebnisse: $\overline{BD} = 14$ cm; $\sphericalangle DBA = 21,79°$] 4 P

B 1.2 Berechnen Sie den Umfang u des Vierecks ABCD. 2 P

B 1.3 Der Kreis um A berührt die Strecke $[BD]$ im Punkt F und schneidet die Strecke $[AB]$ im Punkt G.

Zeichnen Sie die Strecke $[AF]$ und den zugehörigen Kreisbogen $\overset{\frown}{GF}$ in die Zeichnung zu B 1.1 ein.

Berechnen Sie sodann den Flächeninhalt A der Figur, die durch die Strecken $[GB]$, $[BF]$ und den Kreisbogen $\overset{\frown}{GF}$ begrenzt wird.

[Teilergebnis: $\overline{AF} = 3,71$ cm] 4 P

B 1.4 Punkte H_n auf der Strecke $[BD]$ mit $\overline{H_nB}(x) = x$ cm bilden für $x \in]0;14[$ und $x \in \mathbb{R}$ zusammen mit dem Punkt C Strecken $[H_nC]$.

Zeichnen Sie die Strecke $[H_1C]$ für x = 6 in die Zeichnung zu B 1.1 ein.

Zeigen Sie sodann rechnerisch, dass für die Länge der Strecken $[H_nC]$ in Abhängigkeit von x gilt: $\overline{H_nC}(x) = \sqrt{x^2 - 5,94x + 64}$ cm. 2 P

B 1.5 Unter den Strecken $[H_nC]$ hat die Strecke $[H_0C]$ die minimale Länge.

Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x und die Länge der Strecke $[H_0C]$. 2 P

B 1.6 Überprüfen Sie durch Rechnung, ob das Dreieck BCF gleichschenklig ist. 3 P

1.0, 1.1, 1.3, 1.4

1.1

Kosinussatz im Dreieck ABD:

$BD^2 = AD^2 + AB^2 -2 * AD * AB * \cos 120°$

$BD^2 = 6^2 + 10^2 - 2 * 6 * 10 * \cos 120° = 196\ cm^2\ \surd$

BD = 14 cm

Sinussatz:

$$\frac{BD}{\sin 120°} = \frac{AD}{\sin \alpha}$$

Über Kreuz multipliziert:

$BD * \sin \alpha = AD * \sin 120° \mid :BD$

$$\sin \alpha = \frac{AD * \sin 120°}{BD} = \frac{6\ cm * \sin 120°}{14\ cm} = 0{,}3712 \text{ --> } \boldsymbol{\alpha = 21{,}79°}$$

1.2

$\gamma = 90° - \alpha = 90° - 21{,}79° = 68{,}21°$

Kosinussatz im Dreieck FBC:

$DC^2 = DB^2 + BC^2 - 2 * BD * BC * \cos \beta$

$DC^2 = 14^2 + 8^2 - 2 * 14 * 8 * \cos 68{,}21° = 176{,}85\ cm^2\ |\surd$

DC = 13,3 cm

u = AB + BC + CD + DC = 10 cm + 8 cm + 13,3 cm + 6 cm

u = 37,3 cm

1.3

Im Dreieck ABF gilt:

$$\sin \alpha = \frac{AF}{AB} \quad | \cdot AB$$

$AF = AB * \sin \alpha = 10 \text{ cm} * \sin 21{,}79° = 3{,}71 \text{ cm}$

$\beta = 90° - \alpha = 90° - 21{,}79° = 68{,}21°$

$A = A_{DreieckABF} - A_{KreisausschnittAGF}$

$A_{DreieckABF} = 0{,}5 * AB * AF * \sin \beta$

$A_{DreieckABF} = 0{,}5 * 10 * 3{,}71 * \sin 68{,}21° = 17{,}22 \text{ cm}^2$

$$A_{KreisauschnittAGF} = \frac{\pi * AF^2 * \beta}{360°} = \frac{\pi * 3{,}71^2 * 68{,}21°}{360°} = 8{,}19 \text{ cm}^2$$

A = $17{,}22 \text{ cm}^2 - 8{,}19 \text{ cm}^2 =$ **$9{,}03 \text{ cm}^2$**

1.4

Kosinussatz in einem beliebigen Dreieck HBC:

$HC_{(x)}^2 = x^2 + BC^2 - 2 * x * BC * \cos \beta$

$HC_{(x)}^2 = x^2 + 8^2 - 2 * x * 8 * \cos 68{,}21°$

$HC_{(x)}^2 = x^2 + 64 - 5{,}94x \mid \sqrt{}$

$HC_{(x)} = \sqrt{x^2 - 5{,}94x + 64}$ cm

1.5

$HC_{(x)}^2 = x^2 - 5{,}94x + 64$

$HC_{(x)}^2 = (x - 2{,}97)^2 - 8{,}82 + 64$

$HC_{(x)}^2 = (x - 2{,}97)^2 - 8{,}82 + 55{,}18$

Für **$x = 2{,}97$** ist HC^2 minimal.

$HC_{min}^2 = 55{,}18 \mid \sqrt{}$

$HC_{min} = 7{,}43$ cm

1.6

Soll BCF gleichschenklig sein, dann gilt BF = CF

Im Dreieck ABF gilt:

$$\cos \alpha = \frac{BF}{AB} \quad | \cdot AB$$

$BF = AB * \cos \alpha = 10\ cm * \cos 21{,}79° = 9{,}29\ cm$

Kosinussatz im Dreieck FBC:

$FC^2 = BF^2 + BC^2 - 2 * BF * BC * \cos \gamma$

$FC^2 = 9{,}29^2 + 8^2 - 2 * 9{,}29 * 8 * \cos 68{,}21° = 95{,}13\ cm^2 | \sqrt{}$

$FC = 9{,}75\ cm \neq 9{,}29\ cm$ --> **Das Dreieck ist nicht gleichschenklig**