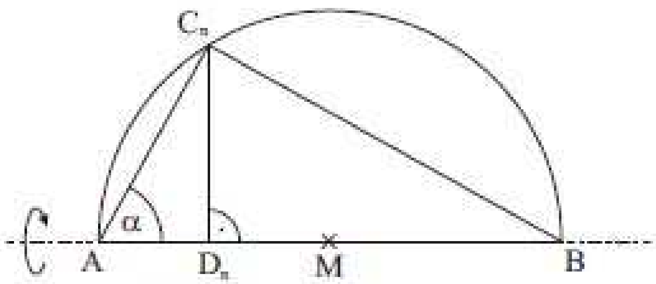
Prüfungsaufgaben Aufgabe 217b

Aufgabe A 3 **Haupttermin**

A 3.0 Punkte C_n liegen auf dem Thaleskreis über der Strecke $[AB]$ mit dem Mittelpunkt M. Die Winkel BAC_n haben das Maß α mit $\alpha \in]0°; 90°[$. Die Punkte A, B und C_n sind die Eckpunkte von Dreiecken ABC_n. Punkte D_n sind die Fußpunkte der Lote von den Punkten C_n auf die Strecke $[AB]$.

Es gilt: $\overline{AB} = 6$ cm.



A 3.1 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecken $[C_nD_n]$ in Abhängigkeit von α gilt:
$\overline{C_nD_n}(\alpha) = 6 \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha$ cm.

2 P

A 3.2 Die Dreiecke ABC_n rotieren um die Achse AB.
Begründen Sie rechnerisch, dass für das Volumen V der entstehenden Rotationskörper in Abhängigkeit von α gilt: $V(\alpha) = 72 \cdot \pi \cdot \cos^2\alpha \cdot \sin^2\alpha$ cm³.
Berechnen Sie sodann für $\alpha = 30°$ das Volumen des entstehenden Rotationskörpers.

3.1

In einem beliebigen Dreieck ADC gilt:

$$\sin \alpha = \frac{CD}{AC} \quad | \cdot AC$$

$CD_{(\alpha)} = \sin \alpha * AC$

In einem beliebigen Dreieck ABC gilt:

$$\cos \alpha = \frac{AC}{AB} \quad | \cdot AB$$

$AC = AB * \cos \alpha$

Eingesetzt:

$CD_{(\alpha)}$ = $\sin \alpha * AB * \cos \alpha$ = **$6\ cm * \sin \alpha * \cos \alpha$**

3.2

AM = AB/2 = 6 cm/2 = 3 cm

Es entstehen zwei Kegel. Beide haben denselben Grundkreis mit dem Radius CD. Die Gesamthöhe der beiden Kegel = AB = 6 cm.

$V = V_{KegelADC} + V_{KegelDBC}$

$$V_{(\alpha)} = \frac{\pi * CD^2 * AB}{3} = \frac{\pi * (6 * \sin \alpha * \cos \alpha)^2 * 6\ cm^3}{3}$$

$V_{(\alpha)} = \pi * 72 * \sin^2 \alpha * \cos^2 \alpha\ cm^3$

$V_{(30°)}$ = $\pi * 72 * \sin^2 30° * \cos^2 30°$ = **$42{,}39\ cm^3$**