Abschlussprüfung 2016

an den Realschulen in Bayern

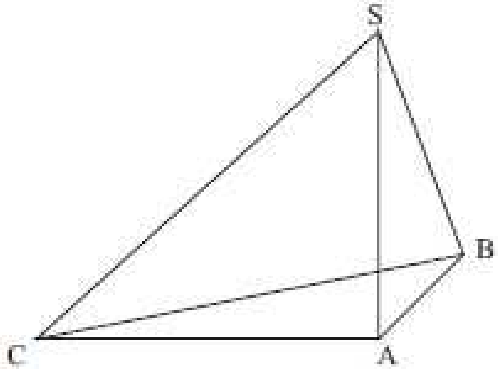
Prüfungsdauer: 150 Minuten

Mathematik II

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0 Das rechtwinklige Dreieck ABC mit der Hypotenuse $[BC]$ ist die Grundfläche der Pyramide ABCS (siehe Skizze).
Die Spitze S liegt senkrecht über dem Punkt A.
Es gilt: $\overline{AC} = 10$ cm; $\overline{AB} = 7$ cm; $\overline{AS} = 9$ cm.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCS, wobei die Strecke $[AC]$ auf der Schrägbildachse und der Punkt C links vom Punkt A liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = 0{,}5$; $\omega = 45°$.
Bestimmen Sie sodann rechnerisch die Länge der Strecke $[CS]$ und das Maß ε des Winkels ACS. $\left[\text{Ergebnisse: } \overline{CS} = 13{,}45 \text{ cm; } \varepsilon = 41{,}99°\right]$ 4 P

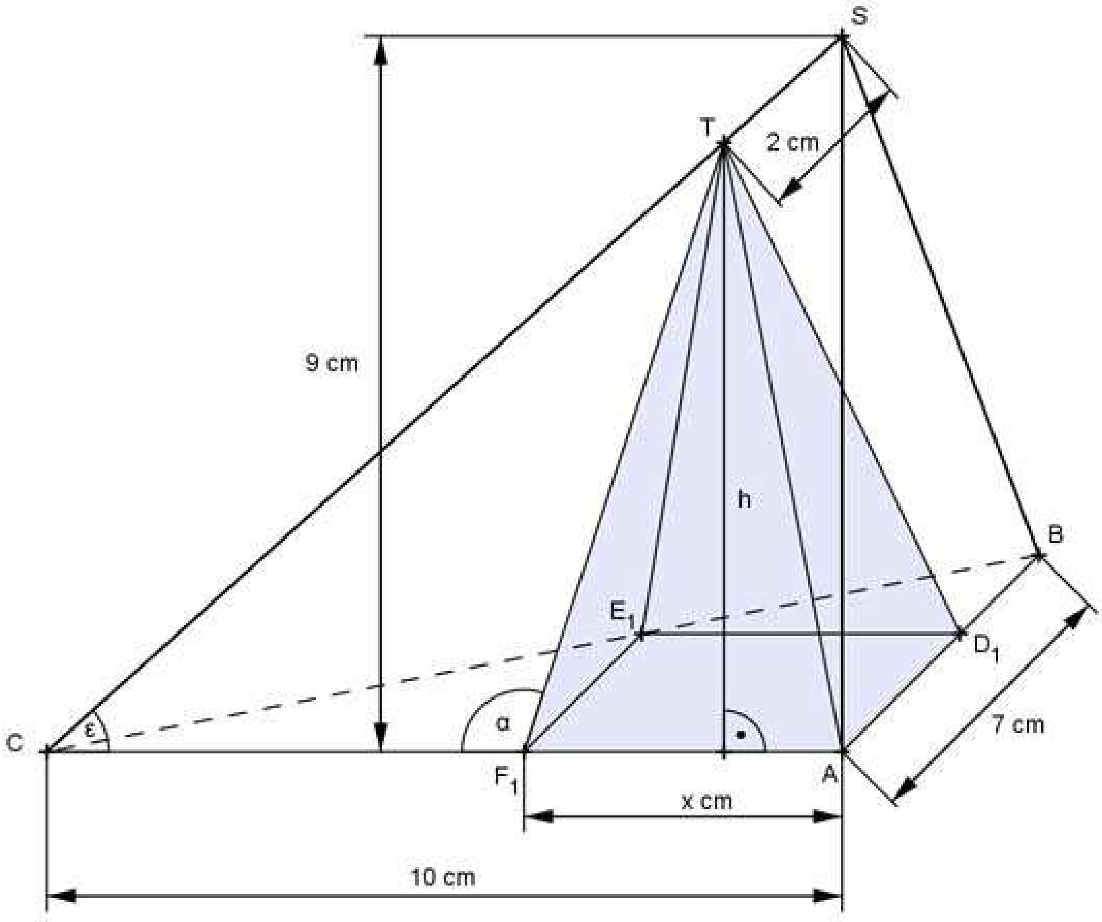
B 2.2 Für Punkte F_n auf der Strecke $[AC]$ gilt: $\overline{AF_n}(x) = x$ cm mit $x \in \mathbb{R}$ und $0 < x < 10$. Die Punkte F_n sind Eckpunkte von Rechtecken $AD_nE_nF_n$ mit $D_n \in [AB]$ und $E_n \in [BC]$.
Zeichnen Sie das Rechteck $AD_1E_1F_1$ für $x = 4$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecken $[E_nF_n]$ in Abhängigkeit von x und ermitteln Sie rechnerisch den Wert für x, für den man das Quadrat $AD_0E_0F_0$ erhält.
$\left[\text{Ergebnis: } \overline{E_nF_n}(x) = (-0{,}7x + 7) \text{ cm}\right]$ 4 P

B 2.3 Berechnen Sie den Flächeninhalt A der Rechtecke $AD_nE_nF_n$ in Abhängigkeit von x.
Bestimmen Sie sodann den Wert für x, für den der Flächeninhalt der Rechtecke $AD_nE_nF_n$ maximal wird. 2 P

B 2.4 Der Punkt T liegt auf der Strecke $[CS]$ mit $\overline{TS} = 2$ cm. T ist die Spitze von Pyramiden $AD_nE_nF_nT$ mit den Rechtecken $AD_nE_nF_n$ als Grundflächen und der Höhe h.
Zeichnen Sie die Pyramide $AD_1E_1F_1T$ und die Höhe h in das Schrägbild zu B 2.1 ein. Zeigen Sie sodann, dass gilt: $h = 7{,}66$ cm. 3 P

B 2.5 Begründen Sie, dass für das Maß α der Winkel TF_nC gilt: $\alpha < 138{,}01°$.
Berechnen Sie anschließend die untere Intervallgrenze für α.
$\left[\text{Teilergebnis: } \overline{AT} = 7{,}80 \text{ cm}\right]$ 4 P

2.0, 2.1, 2.2, 2.4



2.1

Satz von Pythagoras im Dreieck CAS:

$CS^2 = CA^2 + AS^2 = 10^2 + 9^2 = 181 \;|\sqrt{}$

$CS = 13{,}45\ cm$

$$\tan \varepsilon = \frac{AS}{CA} = \frac{9\ cm}{10\ cm} = 0{,}9 \;\text{-->}\; \boldsymbol{\varepsilon = 41{,}99°}$$

2.2

Strahlensatz:

$CF = CA - x$

$$\frac{FE}{AB} = \frac{CF}{CA} \;|\; * AB$$

$$\mathbf{FE_{(x)}} = \frac{AB * CF}{CA} = \frac{AB * (CA - x)}{CA} = \frac{7 * (10 - x)}{10} = \mathbf{7 - 0{,}7x\ cm}$$

$AF_0 = F_0E_0$

$x = 7 - 0{,}7x \mid +0{,}7x$

$1{,}7x = 7 \mid :1{,}7$

$\mathbf{x = 4{,}12\ cm}$

2.3

$A = x * FE = x * (7 - 0{,}7x) = 7x - 0{,}7x^2$

Berechnung der Scheitelpunktkoordinaten:

$A = 7x - 0{,}7x^2 \mid :-0{,}7$

$$\frac{A}{-0{,}7} = -10x + x^2$$

$$\frac{A}{-0{,}7} = x^2 - 10x + 25 - 25$$

$$\frac{A}{-0{,}7} = (x - 5)^2 - 25 \mid * (-0{,}7)$$

$A = -0{,}7(x - 5)^2 + 17{,}5$

$S\ (5|17{,}5)$

Für **x = 5 cm** ist A maximal und beträgt 17,5 FE.

2.4

Strahlensatz:

$CT = CS - TS = 13{,}45\ cm - 2\ cm = 11{,}45\ cm$

$$\frac{h}{AS} = \frac{CT}{CS} \mid * AS$$

$$\mathbf{h} = \frac{AS * CT}{CS} = \frac{9\ cm * 11{,}45\ cm}{13{,}45\ cm} = \mathbf{7{,}66\ cm}$$

2.5

F nähert sich C --> α_{max} = $180° - \varepsilon = 180° - 41{,}99° =$ **138,01°**

α_{min} entsteht dann, wenn F mit A zusammenfällt.

Kosinussatz im Dreieck CAT:

$AT^2 = CA^2 + CT^2 - 2 * CA * CT * \cos \varepsilon$

$AT^2 = 10^2 + 11{,}45^2 - 2 * 10 * 11{,}45 * \cos 41{,}99° = 60{,}9\ cm^2 \ |\sqrt{}$

$AT = 7{,}8\ cm$

Sinussatz:

$$\frac{AT}{\sin \varepsilon} = \frac{CT}{\sin \alpha_{min}}$$

Über Kreuz multipliziert:

$AT * \sin \alpha_{min} = CT * \sin \varepsilon \ | :AT$

$$\sin \alpha_{min} = \frac{CT * \sin \varepsilon}{AT} = \frac{11{,}45\ cm * \sin 41{,}99°}{7{,}8\ cm} = 0{,}9821 \text{ --> } \boldsymbol{\alpha_{min} = 79{,}14°}$$