Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2016
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Die Parabel p_1 mit dem Scheitel $S(0{,}5|1)$ hat eine Gleichung der Form $y=0{,}5x^2+bx+c$ $(\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R};\, b\in\mathbb{R};\, c\in\mathbb{R})$.

Die Parabel p_2 hat die Gleichung $y=0{,}5x^2+3$ $(\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R})$. Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für b und c, dass die Parabel p_1 die Gleichung $y=0{,}5x^2-0{,}5x+1{,}125$ hat. Zeichnen Sie sodann die Parabeln p_1 und p_2 für $x\in[-2;4]$ in ein Koordinatensystem ein.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-2\leqq x\leqq 4;\, 0\leqq y\leqq 11$ 3 P

B 1.2 Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts T der Parabeln p_1 und p_2. 3 P

B 1.3 Punkte $A_n(x\,|\,0{,}5x^2+3)$ auf der Parabel p_2 haben dieselbe Abszisse x wie Punkte $B_n(x\,|\,0{,}5x^2-0{,}5x+1{,}125)$ auf der Parabel p_1. Sie sind für $x>-3{,}75$ zusammen mit Punkten C_n die Eckpunkte von Dreiecken $A_nB_nC_n$.
Die Punkte C_n liegen auf der Parabel p_2, wobei die Abszisse der Punkte C_n stets um 2 größer ist als die Abszisse x der Punkte A_n.
Zeichnen Sie das Dreieck $A_1B_1C_1$ für $x=-1{,}5$ und das Dreieck $A_2B_2C_2$ für $x=1$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein.
Zeigen Sie sodann, dass sich die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von der Abszisse A_n wie folgt darstellen lassen: $C_n(x+2\,|\,0{,}5x^2+2x+5)$. 3 P

B 1.4 Bestätigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecke $[A_nB_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt:
$\overline{A_nB_n}(x)=(0{,}5x+1{,}875)$ LE. 1 P

B 1.5 Unter den Dreiecken $A_nB_nC_n$ gibt es das rechtwinklige Dreieck $A_3B_3C_3$ mit der Hypotenuse $[A_3C_3]$.
Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten des Punktes B_3. 3 P

B 1.6 Unter den Dreiecken $A_nB_nC_n$ gibt es das gleichschenklige Dreieck $A_4B_4C_4$ mit der Basis $[A_4B_4]$.
Bestimmen Sie rechnerisch den zugehörigen Wert für x. 4 P

1.0, 1.1, 1.2, 1.6

Scheitelpunktkoordinaten in die Scheitelpunktform $y = a *(x - x_S)^2 + y_S$ eingesetzt:

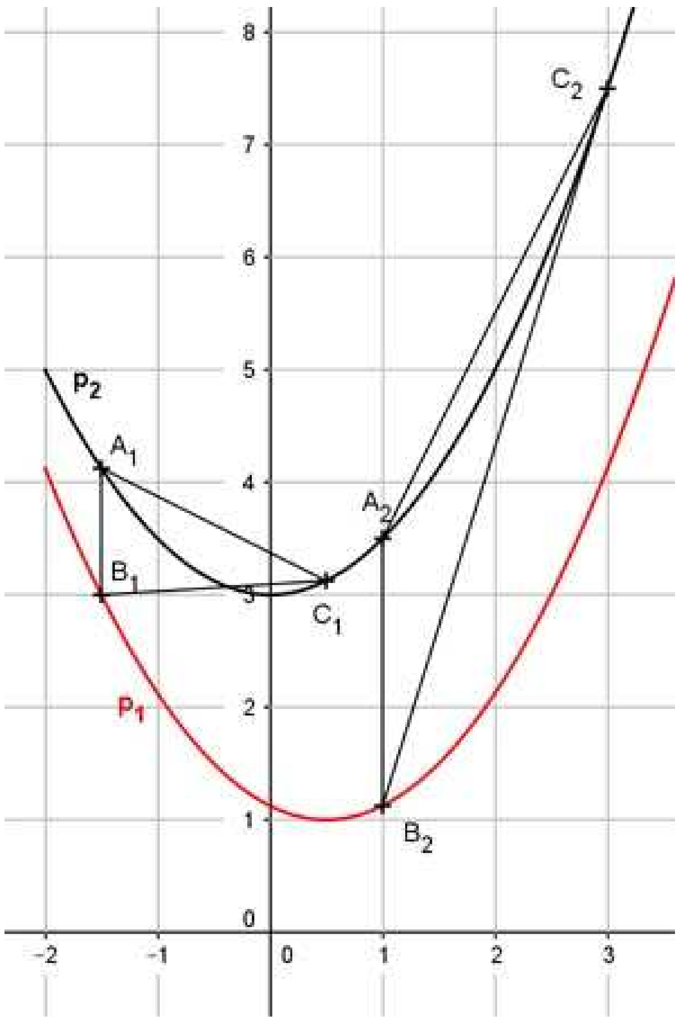
$y = 0,5 * (x - 0,5)^2 + 1$

$y = 0,5 * (x^2 - x + 0,25) + 1 = 0,5x^2 - 0,5x + 0,125 + 1$

$y = 0,5x^2 - 0,5x + 1,125$

Wertetabelle für p_1:

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	4,125	2,125	1,125	1,125	2,125	4,125	7,125



1.2

Für die Schnittpunkte gilt:

$0,5x^2 + 3 = 0,5x^2 - 0,5x + 1,125 \mid -0,5x^2$

$3 = - 0,5x + 1,125 \mid -1,125$

$1,875 = - 0,5x \mid :(-0,5)$

$x = - 3,75$

Es existiert nur ein Schnittpunkt.

1.3

$$\overrightarrow{OC} = \begin{bmatrix} x+2 \\ 0,5*(x+2)^2+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+2 \\ 0,5*(x^2+4x+4)+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x+2} \\ \mathbf{0,5x^2+2x+5} \end{bmatrix}$$

1.4

$AB = y_A - y_B = 0,5x2 + 3) - (0,5x^2 - 0,5x + 1,125)$

$AB_{(x)} = 0,5x + 1,875$ LE

1.5

Wenn A_3C_3 die Basis des rechtwinkligen Dreiecks ist, dann steht B_3C_3 senkrecht auf A_3B_3 und verläuft parallel zur x-Achse --> $y_C = y_B$.

$0,5x^2 + 2x + 5 = 0,5x^2 - 0,5x + 1,125 \mid -0,5x^2$

$2x + 5 = - 0,5x + 1,125 \mid +0,5x$

$2,5x + 5 = 1,125 \mid -5$

$2,5x = - 3,875 \mid :2,5$

$x = - 1,55$

B_3 hat die Koordinaten $(1,55|0,5 *(-1,55)^2 - 0,5*(- 1,55) + 1,125 = 3,1)$

$B_3(- 1,55|3,1)$

1.6

Ist $A_4B_4C_4$ gleichschenklig mit der Basis A_4B_4, dann liegt C_4 auf der Höhe des Mittelpunktes von A_4B_4. Der Mittelpunkt liegt auf der Höhe

$$\frac{y_A + y_B}{2} = y_C = \frac{0,5x^2 + 3 + 0,5x^2 - 0,5x + 1,125}{2} = \frac{x^2 - 0,5x + 4,125}{2}$$

$$\frac{x^2 - 0{,}5x + 4{,}125}{2} = 0{,}5x^2 + 2x + 5 \mid *2$$

$x^2 - 0{,}5x + 4{,}125 = x^2 + 4x + 10 \mid -x^2$

$-\ 0{,}5x + 4{,}125 = 4x + 10 \mid +0{,}5x$

$4{,}125 = 5{,}4x + 10 \mid -10$

$-\ 5{,}875 = 4{,}5x \mid :4{,}5$

$x = -\ 1{,}31$