Abschlussprüfung 2017

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Name: _____ Vorname: _____

Klasse: _____ Platzziffer: _____ Punkte: _____

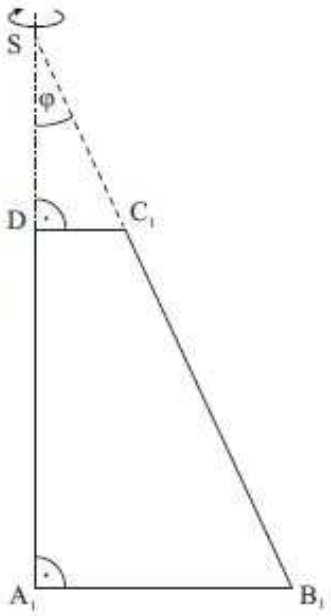
Aufgabe A 1 **Haupttermin**

A 1.0 Trapeze $A_nB_nC_nD$ mit den parallelen Seiten $[DC_n]$ und $[A_nB_n]$ rotieren um die Gerade SD.

Es gilt:
$A_n \in SD$; $\overline{SD} = 3\,\text{cm}$; $\overline{A_nB_n} = 4\,\text{cm}$; $\sphericalangle B_nA_nD = 90°$.

Die Winkel DSC_n haben das Maß φ mit $\varphi \in]0°; 53{,}13°[$.

Die Zeichnung zeigt das Trapez $A_1B_1C_1D$ für $\varphi = 25°$.



A 1.1 Zeichnen Sie in die Zeichnung zu A 1.0 das Trapez $A_2B_2C_2D$ für $\varphi = 40°$ ein. 1 P

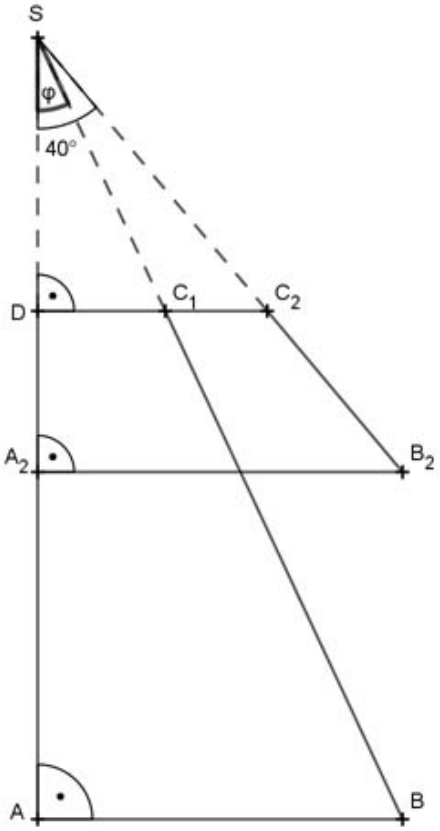
A 1.2 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Längen der Strecken $[DC_n]$ und $[SA_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt: $\overline{DC_n}(\varphi) = 3 \cdot \tan\varphi\,\text{cm}$ und $\overline{SA_n}(\varphi) = \frac{4}{\tan\varphi}\,\text{cm}$.

2 P

A 1.3 Bestätigen Sie rechnerisch, dass für das Volumen V der entstehenden Rotationskörper in Abhängigkeit von φ gilt: $V(\varphi) = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{64}{\tan\varphi} - 27 \cdot \tan^2\varphi \right) \text{cm}^3$.

2 P

1.1



1.2

In einem beliebigen Dreieck DCS gilt:

$$\tan \varphi = \frac{DC_{(\varphi)}}{DS} \quad | *DS$$

$DC_{(\varphi)}$ = $\tan \varphi * DS =$ **$\tan \varphi * 3$ cm**

In einem beliebigen Dreieck ABS gilt:

$$\tan \varphi = \frac{AB}{AS_{(\varphi)}} \quad | * AS_{(\varphi)}$$

$AS_{(\varphi)} * \tan \varphi = AB \quad | :\tan \varphi$

$AS_{(\varphi)}$ = $\frac{AB}{\tan \varphi} =$ **$\frac{4}{\tan \varphi}$ cm**

1.3

$$V_{(\varphi)} = V_{KegelABS} - V_{KegelDCS}$$

$$V_{KegelABS} = \frac{\pi * AB^2 * AS_{(\varphi)}}{3} = \frac{\pi * 4^2 * 4}{3 * \tan \varphi}\ cm^3 = \frac{64 * \pi}{3 * \tan \varphi}\ cm^3$$

$$V_{KegelDCS} = \frac{\pi * DC_{(\varphi)}^2 * DS}{3} = \frac{\pi * (3 * \tan \varphi)^2 * 3}{3}\ cm^3$$

$$V_{KegelDCS} = \frac{27 * \pi * \tan^2 \varphi}{3}\ cm^3$$

$$\mathbf{V_{(\varphi)} = \frac{\pi}{3} * \left(\frac{64}{\tan \varphi} - 27 * \tan^2 \varphi\right)}$$