

Prüfungsaufgaben Aufgabe 23

Abschlussprüfung 2003

an den Realschulen in Bayern

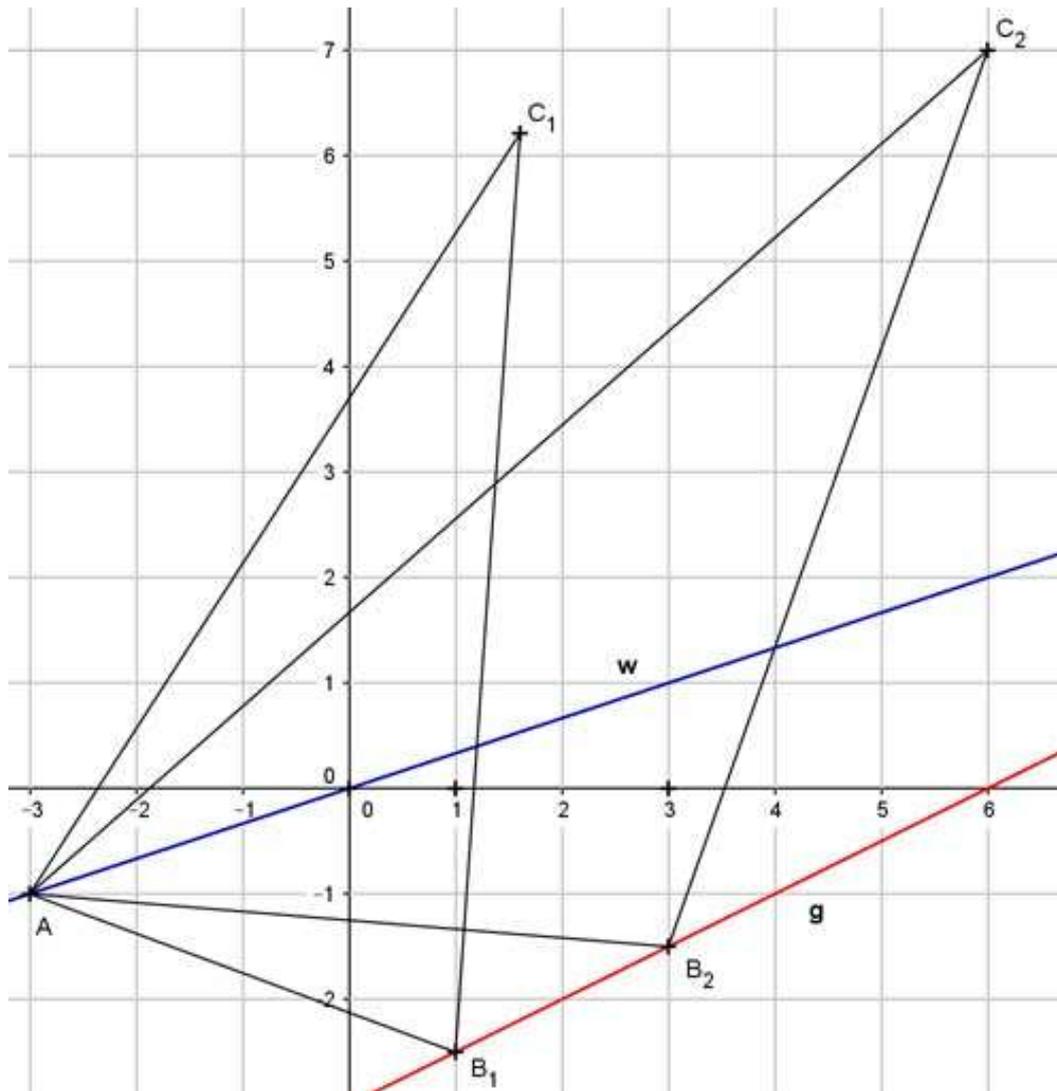
Mathematik I

Aufabengruppe B

Aufgabe B 2

- B 2.0 Die Punkte $B_n(x | 0,5x - 3)$ auf der Geraden g mit der Gleichung $y = 0,5x - 3$ ($G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$) sind zusammen mit dem Punkt $A(-3 | -1)$ jeweils Eckpunkte von Dreiecken AB_nC_n . Die gemeinsame Winkelhalbierende w der Winkel B_nAC_n hat die Gleichung $y = \frac{1}{3}x$ ($G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).
- Für die Längen der Dreiecksseiten $[AC_n]$ und $[AB_n]$ gilt stets: $\overline{AC_n} : \overline{AB_n} = 2 : 1$.
- B 2.1 Zeichnen Sie die Gerade g , die Winkelhalbierende w sowie das Dreieck AB_1C_1 für $x = 1$ und das Dreieck AB_2C_2 für $x = 3$ in ein Koordinatensystem.
- Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leq x \leq 9$; $-4 \leq y \leq 8$ 3 P
- B 2.2 Man erhält nur für $x \in]-2; 18[$ Dreiecke AB_nC_n .
- Ermitteln Sie rechnerisch die Intervallgrenzen -2 und 18 . 4 P
- B 2.3 Die Pfeile $\overrightarrow{AB_n}$ kann man auf die Pfeile $\overrightarrow{AC_n}$ abbilden.
- Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n . (Auf eine Stelle nach dem Komma runden.)
- [Ergebnis: $C_n(2, 2x - 0,6 | 0,4x + 5,8)$] 5 P
- B 2.4 Unter den Dreiecken AB_nC_n gibt es ein rechtwinkliges Dreieck AB_3C_3 mit der Hypotenuse $[B_3C_3]$.
- Berechnen Sie die x -Koordinate des Punktes B_3 . (Auf eine Stelle nach dem Komma runden). 3 P
- B 2.5 Der Punkt C_4 des Dreiecks AB_4C_4 liegt auf der y -Achse.
- Berechnen Sie die y -Koordinate des Punktes C_4 auf eine Stelle nach dem Komma gerundet. 2 P

2.0, 2.1



2.2

Dreiecke existieren 1. wenn AB nicht senkrecht auf w steht, da dann C und B auf einer Linie liegen und 2. bis zum Schnittpunkt von g und w, dann fallen C und B zusammen.

Schnittpunkt:

$$\frac{x}{3} = 0,5x - 3 \quad | \cdot 3$$

$$x = 1,5x - 9 \quad | +9$$

$$x + 9 = 1,5x \quad | -x$$

$$0,5x = 9 \quad | :0,5$$

$$\mathbf{x = 18}$$

Eine Senkrechte auf w (Steigung 1/3) hat die Steigung m_s :

$$m_s = - \frac{1}{1/3} = -3$$

Sie geht durch den Punkt (-3|-1) und hat die Form $y = mx + b$

$$-1 = -3 * (-3) + b \quad | -9$$

$$b = -10$$

$$Y_s = -3x - 10$$

Schnittpunkt der Senkrechten mit g:

$$-3x - 10 = 0,5x - 3 \quad | +3x$$

$$-10 = 3,5x - 3 \quad | +3$$

$$-7 = 3,5x \quad | :3,5$$

$$x = -2$$

2.3

Achsenspiegelung von B an w:

$$B \begin{bmatrix} x \\ 0,5x-3 \end{bmatrix}$$

$$m_w = 1/3 = \tan \alpha \rightarrow \alpha = 18,43^\circ \rightarrow 2\alpha = 36,86^\circ$$

B' hat die Koordinaten:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 2\alpha & \sin 2\alpha \\ \sin 2\alpha & -\cos 2\alpha \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ 0,5x-3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,8 & 0,6 \\ 0,6 & -0,8 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ 0,5x-3 \end{bmatrix}$$

$$x' = 0,8x + 0,6 * (0,5x - 3) = 0,8x + 0,3x - 1,8$$

$$x' = 1,1x - 1,8$$

$$y' = 0,6x - 0,8(0,5x - 3) = 0,6x - 0,4x + 2,4$$

$$y' = 0,2x + 2,4$$

$$B'(1,1x - 1,8|0,2x + 2,4)$$

$$\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{OB'} - \overrightarrow{OA}$$

$$\overrightarrow{AB'} = \begin{bmatrix} 1,1x - 1,8 \\ 0,2x + 2,4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,1x + 1,2 \\ 0,2x + 3,4 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OA} + 2 * \overrightarrow{AB'}$$

$$\overrightarrow{OC} = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix} + 2 * \begin{bmatrix} 1,1x + 1,2 \\ 0,2x + 3,4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,2x - 0,6 \\ 0,4x + 5,8 \end{bmatrix}$$

2.4

Wenn BC die Hypotenuse ist, dann stehen AB und AC senkrecht aufeinander.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$$

$$\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} x \\ 0,5x - 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + 3 \\ 0,5x - 2 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} * 2 * \overrightarrow{AB'} = 0$$

$$\begin{bmatrix} x + 3 \\ 0,5x - 2 \end{bmatrix} * 2 * \begin{bmatrix} 1,1x + 1,2 \\ 0,2x + 3,4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + 3 \\ 0,5x - 2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 2,2x + 2,4 \\ 0,4x + 6,8 \end{bmatrix} = 0$$

$$(x + 3) * (2,2x + 2,4) + (0,5x - 2)(0,4x + 6,8) = 0$$

$$2,2x^2 + 9x + 7,2 + 0,2x^2 + 2,6x - 13,6 = 0$$

$$2,4x^2 + 11,6x - 6,4 = 0 \quad |2,4$$

A, B, C - Formel:

$$A = 2,4, B = 11,6, C = -6,4$$

$$x_{1,2} = \frac{-11,6 \pm \sqrt{11,6^2 - 4 * 2,4 * (-6,4)}}{2 * 2,4}$$

$$x_{1,2} = \frac{-11,6 \pm \sqrt{196}}{4,8} = \frac{-11,6 \pm 14}{4,8}$$

$$x_1 = 0,5$$

$x_2 = -5,3$ keine Lösung, außerhalb des Definitionsbereichs.

2.5

Soll C auf der y-Achse liegen, dann muss die x-Koordinate von C = 0 sein.

$$2,2x - 0,6 = 0 \quad | +0,6$$

$$2,2x = 0,6 \quad | :2,2$$

$$x = \frac{0,6}{2,2} = \frac{6}{22} = \frac{3}{11}$$

$$y = 0,4 * \frac{3}{11} + 5,8 = \mathbf{5,9}$$