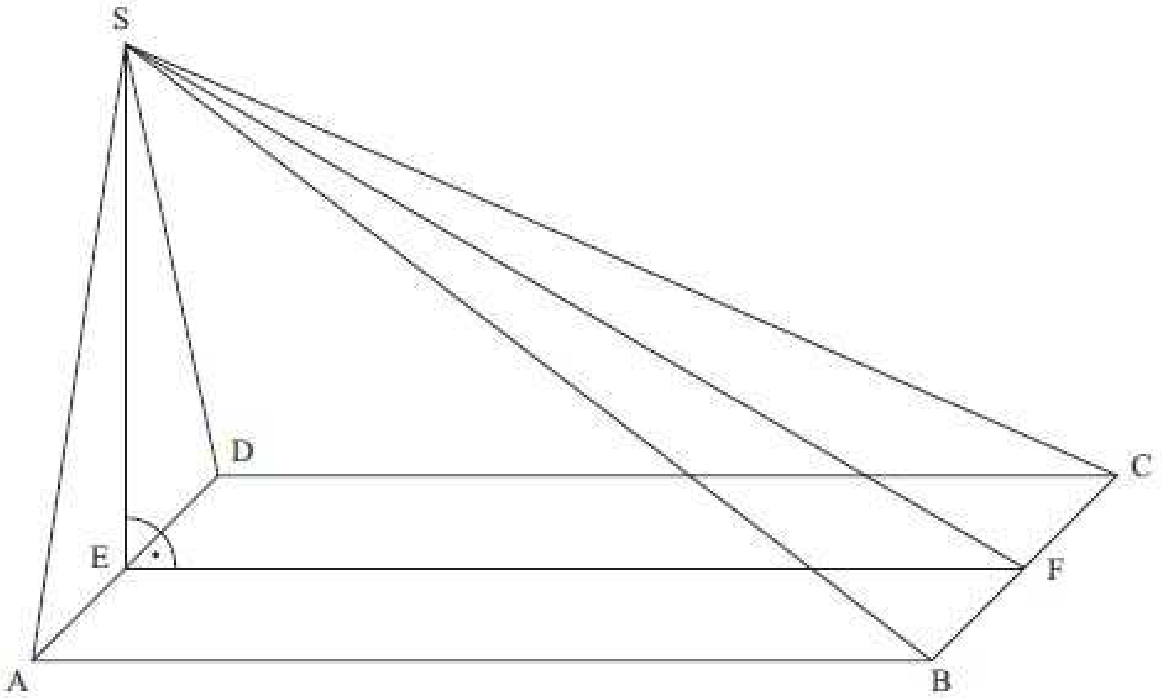
Aufgabe A 2 **Haupttermin**

A 2.0 Das Rechteck ABCD mit $\overline{AB} = 12\text{ cm}$ und $\overline{BC} = 7\text{ cm}$ ist die Grundfläche der Pyramide ABCDS (siehe Zeichnung). Die Spitze S liegt senkrecht über dem Mittelpunkt E der Strecke $[AD]$ mit $\overline{ES} = 7\text{ cm}$. Der Punkt F ist der Mittelpunkt der Strecke $[BC]$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 Berechnen Sie das Maß φ des Winkels SFE sowie die Länge der Strecke $[FS]$.
$\left[\text{Ergebnisse: } \varphi = 30{,}26°;\ \overline{FS} = 13{,}89\text{ cm}\right]$

2 P

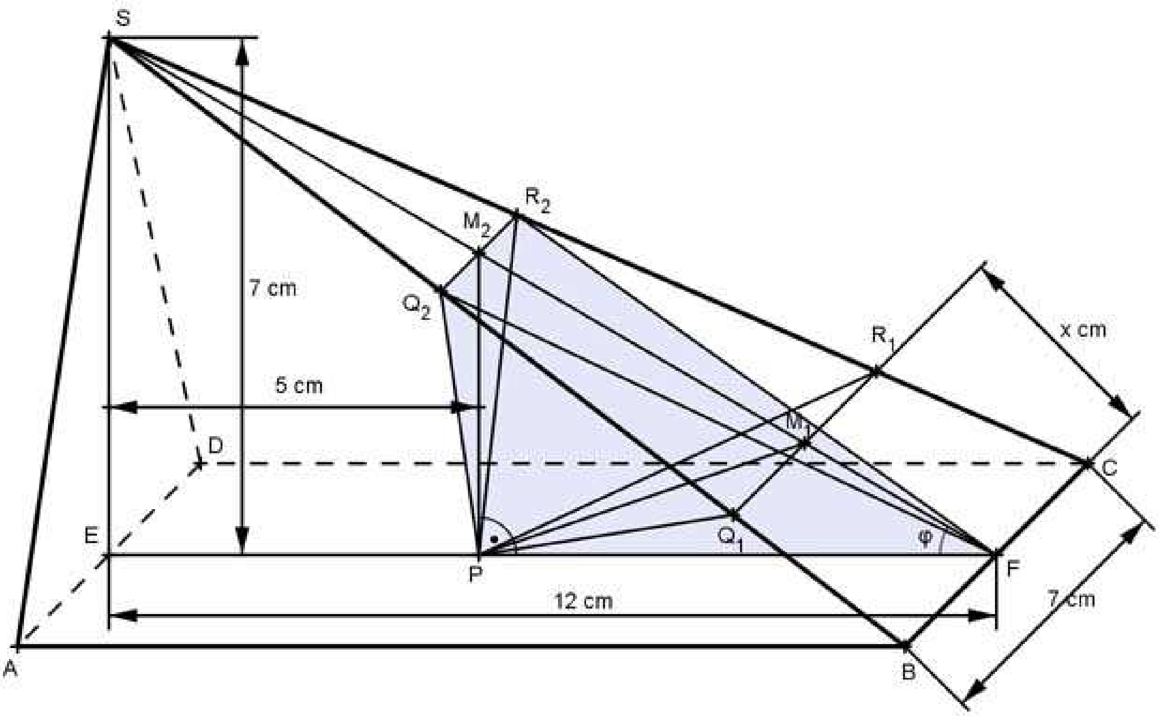
A 2.2 Der Punkt P liegt auf der Strecke $[EF]$ mit $\overline{EP} = 5\text{ cm}$. Für Punkte M_n auf der Strecke $[FS]$ gilt: $\overline{FM_n}(x) = x\text{ cm}$ mit $x < 13{,}89$ und $x \in \mathbb{R}^+$. Die Punkte M_n sind die Mittelpunkte von Strecken $[Q_nR_n]$ mit $R_n \in [CS]$, $Q_n \in [BS]$ und $[Q_nR_n] \parallel [BC]$.
Die Punkte P, R_n und Q_n sind die Eckpunkte von Dreiecken PR_nQ_n.
Zeichnen Sie das Dreieck PR_1Q_1 für $x = 3$ in das Schrägbild zu A 2.0 ein. 1 P

A 2.3 Der Punkt M_2 auf der Strecke $[FS]$ liegt senkrecht über dem Punkt P.
Zeichnen Sie M_2 und das Dreieck PR_2Q_2 in das Schrägbild zu A 2.0 ein.
Bestimmen Sie sodann durch Rechnung den zugehörigen Wert für x und die Länge der Strecke $[R_2Q_2]$. $\left[\text{Ergebnis: } \overline{R_2Q_2} = 2{,}92 \text{ cm}\right]$

3 P

A 2.4 Das Dreieck PR_2Q_2 ist die Grundfläche der Pyramide PR_2Q_2F.
Ermitteln Sie rechnerisch den prozentualen Anteil des Volumens der Pyramide PR_2Q_2F am Volumen der Pyramide ABCDS.

2.0, 2.2, 2.3



2.1

Im Dreieck EFS gilt:

$$\tan \varphi = \frac{ES}{EF} = \frac{7\text{ cm}}{12\text{ cm}} = 0{,}5833 \rightarrow \boldsymbol{\varphi = 30{,}26°}$$

Satz von Pythagoras im Dreieck EFS:

$FS^2 = EF^2 + ES^2 = 12^2\text{ cm}^2 + 7^2\text{ cm}^2 = 193\text{ cm}^2 \mid \sqrt{}$

$FS = 13{,}89\text{ cm}$

2.3

Im Dreieck PFM_2 gilt:

$PF = EF - EP = 12\text{ cm} - 5\text{ cm} = 7\text{ cm}$

$$\cos \varphi = \frac{PF}{FM_2} \mid * FM_2$$

$\cos \varphi * FM_2 = PF \mid :\cos \varphi$

$$FM_2 = \frac{PF}{\cos \varphi} = \frac{7\text{ cm}}{\cos 30{,}26°} = 8{,}1\text{ cm} = x$$

$$\tan \varphi = \frac{PM_2}{PF} \mid * PF$$

$PM_2 = \tan \varphi * PF = \tan 30{,}26° * 7\text{ cm} = 4{,}08\text{ cm}$

Strahlensatz:

$SM_2 = SF - FM_2 = 13{,}89\text{ cm} - 8{,}1\text{ cm} = 5{,}79\text{ cm}$

$$\frac{Q_2R_2}{BC} = \frac{SM_2}{SF} \mid * BC$$

$$\boldsymbol{Q_2R_2} = \frac{SM_2 * BC}{SF} = \frac{5{,}79\text{ cm} * 7\text{ cm}}{13{,}89\text{ cm}} = \boldsymbol{2{,}92\text{ cm}}$$

2.4

$$V_{ABCDS} = \frac{AB * BC * ES}{3} = \frac{12\ cm * 7\ cm * 7\ cm}{3} = 196\ cm^3$$

$$V_{PQ2R2F} = \frac{\frac{Q_2R_2 * PM_2}{2} * PF}{3} = \frac{Q_2R_2 * PM_2 * PF}{6} = \frac{2{,}92 * 4{,}08 * 7}{6}\ cm^3 = 13{,}9\ cm^3$$

Verhältnisgleichung:

196 cm³ : 100% = 13,9 cm³ : x%

196 * x = 13,9 * 100 | :196

$$\mathbf{x =} \frac{13{,}9 * 100}{196} = \mathbf{7{,}09\%}$$