Prüfungsaufgaben Aufgabe 243

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2018

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0 Die Punkte $A(-2|2)$ und $C(3|3)$ sind für $x<8$ gemeinsame Eckpunkte von Vierecken AB_nCD_n. Die Eckpunkte $B_n(x|0{,}5x)$ liegen auf der Geraden g mit der Gleichung $y=0{,}5x$ ($\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$). Der Punkt M ist der Mittelpunkt der Diagonalen $[AC]$.

Für die Diagonalen $[B_nD_n]$ gilt: $M\in[B_nD_n]$ und $\overrightarrow{B_nD_n}=3{,}5\cdot\overrightarrow{B_nM}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie die Gerade g und das Viereck AB_1CD_1 für $x=0{,}5$ sowie die Diagonalen $[AC]$ und $[B_1D_1]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-5\leqq x\leqq 5$; $-2\leqq y\leqq 10$ 2 P

B 2.2 Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte D_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n.
$[\text{Ergebnis: } D_n(-2{,}5x+1{,}75|-1{,}25x+8{,}75)]$ 3 P

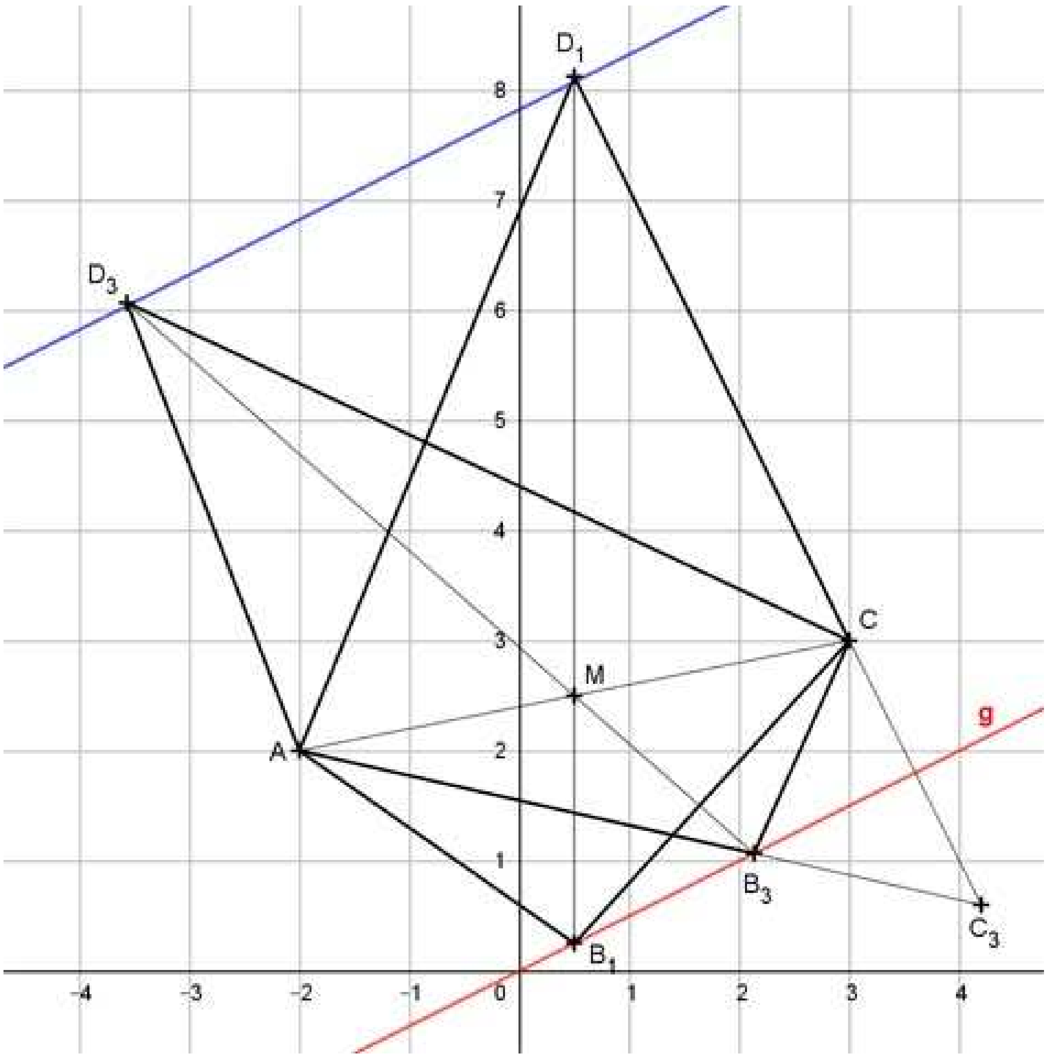
B 2.3 Bestimmen Sie die Gleichung des Trägergraphen der Punkte D_n. 2 P

B 2.4 Unter den Vierecken AB_nCD_n gibt es das Drachenviereck AB_2CD_2.
Zeigen Sie rechnerisch, dass für die x-Koordinate des Punktes B_2 gilt: $x=0{,}91$.
Berechnen Sie sodann den Flächeninhalt des Drachenvierecks AB_2CD_2. 5 P

B 2.5 Der Punkt C' entsteht durch Achsenspiegelung des Punktes C an der Geraden g.
Für das Viereck AB_3CD_3 gilt: $B_3\in[AC']$.
Berechnen Sie die Koordinaten von C' und zeichnen Sie sodann das Viereck AB_3CD_3 in das Koordinatensystem zu B 2.1 ein. 3 P

B 2.6 Begründen Sie, dass für die Flächeninhalte der Dreiecke AMD_n und MB_nC gilt:
$A_{AMD_n}:A_{MB_nC}=2{,}5:1$. 2 P

2.0, 2.1, 2.5



2.2

$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OB} + 3{,}5 * \overrightarrow{BM} = \begin{pmatrix} x \\ -2\log_{0,5}x - 1{,}5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ -1{,}5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+4 \\ -2\log_{0,5}x - 3 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{OM} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} + \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}5 \\ 2{,}5 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} 0{,}5 \\ 2{,}5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x \\ 0{,}5x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}5 - x \\ 2{,}5 - 0{,}5x \end{pmatrix}$

$\mathbf{\overrightarrow{OD} =} \begin{pmatrix} x \\ 0{,}5x \end{pmatrix} + 3{,}5 * \begin{pmatrix} 0{,}5-x \\ 2{,}5 - 0{,}5x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{1{,}75 - 2{,}5x} \\ \mathbf{8{,}75 - 1{,}25x} \end{pmatrix}$

2.3

Für den Trägergraphen gilt:

x_T = 1,75 - 2,5x | + 2,5x

2,5x + x_T = 1,75 |-xT

2,5x = 1,75 - x_T |:2,5

x = 0,7 - 0,4x_T

In die y-Koordinate von D eingesetzt:

y_T = 8,75 - 1,25(0,7 - 0,4x_T)

y_T = 7,88 + 0,5x_T

--> g und der Trägergraph verlaufen parallel, sie haben die gleiche Steigung 0,5.

2.4

Ist das Viereck ein Drachen, dann stehen die Diagonalen senkrecht aufeinander, und die Diagonale AC wird halbiert, weil die Diagonale CD die längere ist.

Gerade durch A und C der Form y = mx + b:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 2}{3 - (-2)} = 0{,}2$$

Steigung der Senkrechten durch M(0,5|2,5):

$$m_S = -\frac{1}{m} = -\frac{1}{0{,}2} = -5$$

In die allgemeine Form eingesetzt:

2,5 = 0,5 * (-5) + b |+2,5

b = 5

y = -5x + 5

Schnittpunkt mit g:

$- 5x + 5 = 0,5x \; |+5x$

$5,5x = 5 \; | :5,5$

$\mathbf{x = 0,91}$

$$A_{B2CD2} = \frac{AC * BD}{2}$$

Länge von AC:

$AC^2 = 5^2 + 1^2 = 26 \; |\sqrt{}$

$AC = 5,1$ LE

Länge von BD:

$BD = 3,5 * BM$

Länge von BM:

$BM^2 = (0,5 - 0,91)^2 + (2,5 - 0,5 * 0,91)^2$

$BM^2 = 4,35 \; |\sqrt{}$

$BM = 2,09$ LE

$BD = 3,5 * 2,09$ LE $= 7,32$ LE

$$\mathbf{A_{B2CD2}} = \frac{5,1 * 7,32}{2} \text{ FE} = \mathbf{18,67 \text{ FE}}$$

2.5

Spiegelung an einer Ursprungsgeraden:

Steigungswinkel φ:

$\tan φ = 0,5 \rightarrow φ = 26,57°$

$$\overrightarrow{OC'} = \begin{pmatrix} \cos 53,14° & \sin 53,14° \\ \sin 53,14° & -\cos 53,14° \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{4,2} \\ \mathbf{0,6} \end{pmatrix}$$

2.6

Die Dreiecke AMD und MBC haben die gleiche Höhe h.

$$A_{AMD} = \frac{MD * h}{2}$$

$$A_{MBC} = \frac{BM * h}{2}$$

$$\rightarrow \frac{A_{AMD}}{A_{MBC}} = \frac{MD}{BM} = \frac{2,5}{1}$$