Prüfungsaufgaben Aufgabe 25

Abschlussprüfung 2003

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 1**

C 1.0 Am 1. Januar 2002 wurde in den meisten Staaten der Europäischen Union der Euro als gemeinsame Währung eingeführt. Die Vorderseiten der Münzen sind gleich, die Rückseiten konnte jeder Staat selbst gestalten. Daher tragen nur 32% aller 1-€-Münzen den Bundesadler auf der Rückseite. Weil alle Münzen in den so genannten Euro-Staaten gültig sind, vermischen sie sich im Lauf der Zeit. In einer Modellrechnung nimmt man an, dass sich der Prozentanteil ausländischer 1-€-Münzen im deutschen Geldumlauf durch die Funktion f mit der Gleichung $y = 68 \cdot (1 - k^x)$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$; $k \in \mathbb{R}^+$ darstellen lässt. Das heißt, dass nach x Monaten dann y% ausländischer 1-€-Münzen in Deutschland im Umlauf sind.

C 1.1 Am 1. Juni 2002 stellte man durch Stichproben fest, dass bereits 5% der in Deutschland im Umlauf befindlichen 1-€-Münzen aus ausländischen Währungen stammten. Berechnen Sie k auf drei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Ergebnis: k = 0,985] 2 P

C 1.2 Ist es möglich, dass mit k = 0,985 der Anteil ausländischer 1-€-Münzen auf 66% anwächst? Begründen Sie Ihre Antwort. 2 P

C 1.3 Mit k = 0,985 wird die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 68 \cdot (1 - 0{,}985^x)$ festgelegt.
Tabellarisieren Sie die Funktion f_1 für $x \in [0; 144]$ in Schritten von $\Delta x = 12$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet und zeichnen Sie sodann den Graphen von f_1 in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Auf der x-Achse: 1 cm für 12 Monate; $0 \leqq x \leqq 156$
Auf der y-Achse: 1 cm für 5%; $0 \leqq y \leqq 70$

Welche Gleichung hat die Asymptote des Graphen zu f_1? Begründen Sie Ihre Aussage. 5 P

C 1.4 In welchem Jahr werden für k = 0,985 voraussichtlich mehr als die Hälfte der in Deutschland im Umlauf befindlichen 1-€-Münzen ausländischer Herkunft sein? 3 P

C 1.5 Andere Bedingungen führen in der Modellrechnung zur Funktion f_2 mit der Gleichung $y = 60 \cdot (1 - 0{,}94^x)$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$).
Ermitteln Sie mit Hilfe einer numerischen oder grafischen Wertetabelle, nach wie vielen Jahren der Anteil ausländischer 1-€-Münzen nach beiden Modellen gleich hoch sein wird. 3 P

1.1

$y = 68 * (1 - k^x)$

$5 = 68 * (1 - k^5) \mid :68$

$\frac{5}{68} = 1 - k^5 \mid +k^5$

$$\frac{5}{68} + k^5 = 1 \quad | - 5/68$$

$$k^5 = 1 - \frac{5}{68}$$

k = $\sqrt[5]{1-\frac{5}{68}}$ = **0,985**

1.2

$66 = 68 * (1 - 0{,}985^x) \mid :68$

$$\frac{66}{68} = 1 - 0{,}985^x \quad |+0{,}985^x$$

$$\frac{66}{68} + 0{,}985^x = 1 \quad |- 66/68$$

$$0{,}985^x = 1 - \frac{66}{68} \quad |\lg$$

$\lg 0{,}985^x = \lg 0{,}0294$

$x * \lg 0{,}985 = \lg 0{,}0294 \mid :\lg 0{,}985$

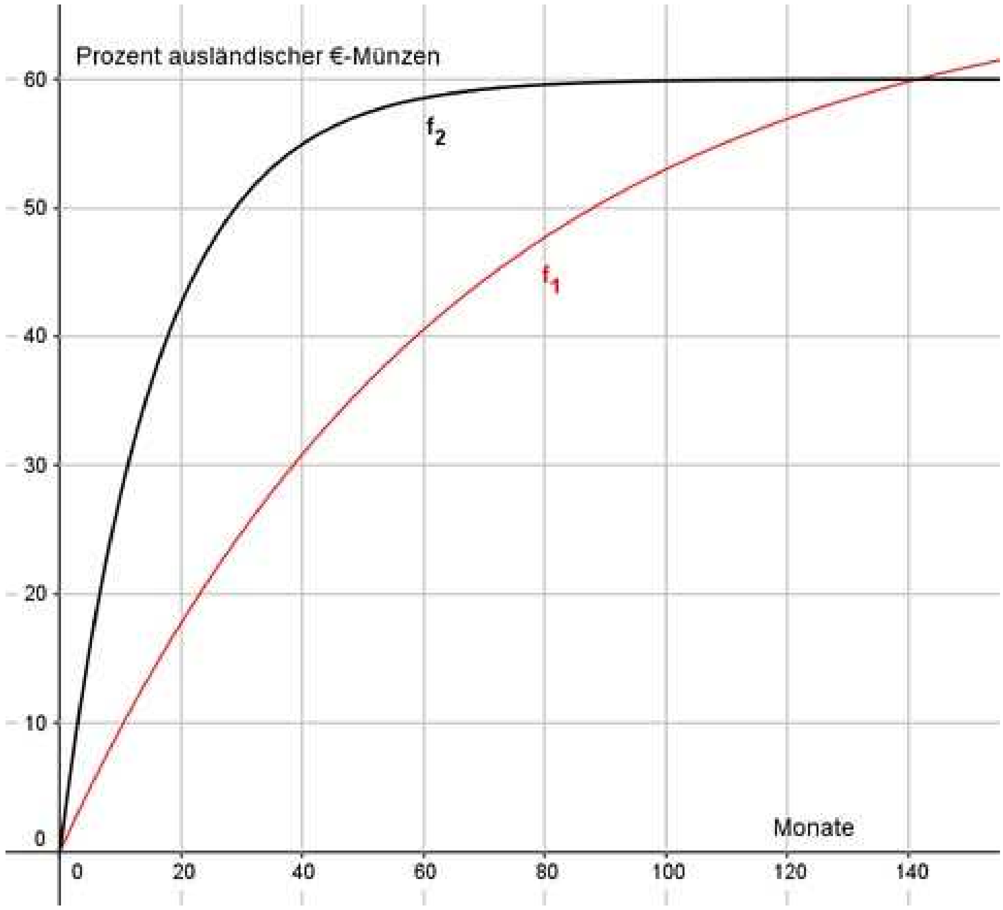
$$x = \frac{\lg 0{,}0294}{\lg 0{,}985} = 233{,}3 \text{ Monate} = 19{,}4 \text{ Jahre}$$

Es ist möglich.

1.3

Wertetabelle zu f_1:

x	0	12	36	60	84	108	132	144
y	0	11,3	28,5	40,5	48,9	54,7	58,8	60,3



1.4

$50 = 68 * (1 - 0{,}985^x)$ | :68

$\frac{50}{68} = 1 - 0{,}985^x$ | $+0{,}985^x$

$\frac{50}{68} + 0{,}985^x = 1$ | $- 50/68$

$0{,}985^x = 1 - \frac{50}{68}$ |lg

$\lg 0{,}985^x = \lg (1 - \frac{50}{68})$ |lg

$x * \lg 0{,}985 = \lg 0{,}2647$| : lg 0,985

$$x = \frac{\lg 0{,}2647}{\lg 0{,}985} = 87{,}9 \text{ Monate} = 7{,}3 \text{ Jahre}$$

Im Jahr 2009.

1.5

Wertetabelle zu f_1:

$y = 68 * (1- 0{,}985^x)$

x	0	12	24	36	48	60	72	84
y	0	11,3	20,7	28,5	35,1	40,5	45,1	48,9

x	96	108	120	132	144
y	52,1	54,7	56,9	58,8	60,3

Wertetabelle zu f_2:

$y = 60 * (1 - 0{,}94^x)$

x	0	12	24	36	48	60	72	84
y	0	31,4	46,4	53,5	56,9	58,5	59,3	59,7

x	96	108	120	132	144
y	59,8	59,9	59,96	59,98	59,99

Nach ca. 144 Monaten oder **ca. 12 Jahren.**