

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2018
an den Realschulen in Bayern



Mathematik II

Aufgabe B 1

Nachtermin

- B 1.0 Die Parabel p verläuft durch die Punkte $P(-6|10)$ und $Q(4|-5)$.
Sie hat eine Gleichung der Form $y = 0,25x^2 + bx + c$ mit $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $b, c \in \mathbb{R}$.
Die Gerade g besitzt die Gleichung $y = -0,5x + 1$ mit $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
- B 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für b und c , dass die Parabel p die Gleichung $y = 0,25x^2 - x - 5$ besitzt.
Zeichnen Sie sodann die Parabel p und die Gerade g für $x \in [-5; 7]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-5 \leq x \leq 7$; $-7 \leq y \leq 7$ 4 P
- B 1.2 Punkte $A_x(x|0,25x^2 - x - 5)$ auf der Parabel p und Punkte $C_x(x|-0,5x + 1)$ auf der Geraden g haben dieselbe Abszisse x . Sie sind zusammen mit Punkten B_x auf der Geraden g und Punkten D_x für $x \in]-4; 6[$ Eckpunkte von Drachenvierecken $A_x B_x C_x D_x$ mit der Geraden $A_x C_x$ als Symmetrieachse. Der Abstand der Punkte B_x von der Geraden $A_x C_x$ beträgt 2 LE.
Zeichnen Sie die Drachenvierecke $A_1 B_1 C_1 D_1$ für $x = -2$ und $A_2 B_2 C_2 D_2$ für $x = 3$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. 2 P
- B 1.3 Geben Sie die Koordinaten der Punkte D_x in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_x an. 2 P
- B 1.4 Ermitteln Sie durch Rechnung den Flächeninhalt A der Drachenvierecke $A_x B_x C_x D_x$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_x .
[Teilergebnis: $\overline{A_x C_x}(x) = (-0,25x^2 + 0,5x + 6)$ LE] 2 P
- B 1.5 Unter den Drachenvierecken $A_x B_x C_x D_x$ gibt es das Drachenviereck $A_0 B_0 C_0 D_0$, das die größtmögliche Streckenlänge $\overline{A_0 C_0}$ besitzt. Bestimmen Sie rechnerisch die Länge der Strecke $[A_0 C_0]$ sowie die Koordinaten des Punktes B_0 . 3 P
- B 1.6 Unter den Drachenvierecken $A_x B_x C_x D_x$ gibt es die Drachenvierecke $A_3 B_3 C_3 D_3$ und $A_4 B_4 C_4 D_4$, für die gilt: $\overline{A_3 C_3} = 1,5 \cdot \overline{B_3 D_3}$.
Berechnen Sie die x -Koordinaten der Punkte A_3 und A_4 . 3 P
- B 1.7 Begründen Sie, dass das Maß der Winkel $C_x B_x D_x$ für alle Drachenvierecke $A_x B_x C_x D_x$ gleich ist. 1 P

1.1

Einsetzen der Punktkordinaten von P und Q in die Gleichung der Form $y = 0,25x^2 + bx + c$

$$\begin{aligned} |10 &= 0,25 * (-6)^2 - 6b + c| \\ |-5 &= 0,25 * 4^2 + 4b + c| * (-1) \end{aligned}$$

$$|10 = 9 - 6b + c| \quad (1)$$

$$|5 = -4 - 4b - c| \quad (2)$$

$$\text{-----}$$
$$15 = 5 - 10b \quad | -5$$

$$10 = -10b \quad | :(-10)$$

$$\mathbf{b = -1}$$

In (1) eingesetzt:

$$10 = 9 - 6 * (-1) + c$$

$$10 = 15 + c \quad | -15$$

$$\mathbf{c = -5}$$

Gesuchte Funktion:

$$\mathbf{y = 0,25x^2 - x - 5}$$

1.3

A hat die x-Koordinate x, B hat dann die x-Koordinate x + 2 und liegt auf g.

$$\overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} x+2 \\ -0,5(x+2)+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+2 \\ -0,5x \end{pmatrix}$$

D hat die gleiche y-Koordinate wie B, die x-Koordinate ist um 4 kleiner als die von B.

$$\overrightarrow{OD} = \begin{pmatrix} x+2 - 4 \\ -0,5x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - 2 \\ -0,5x \end{pmatrix}$$

1.4

$$BD = 2 * AC \quad LE = 2 * 2 \quad LE = 4 \quad LE$$

$$AC_{(x)} = g_{(x)} = f_{(x)} = -0,5x + 1 - (0,25x^2 - x - 5)$$

$$AC_{(x)} = -0,25x^2 + 0,5x + 6$$

$$A_{(x)} = \frac{AC_{(x)} * BD}{2} = 2 * AC_{(x)} = 2 * (-0,25x^2 + 0,5x + 6) \text{ FE}$$

$$A_{(x)} = -0,5x^2 + x + 12 \text{ FE}$$

1.5

Scheitelpunktberechnung von $AC_{(x)}$:

$$AC_{(x)} = -0,25x^2 + 0,5x + 6 \quad | \quad : -0,25$$

$$\frac{AC_{(x)}}{-0,25} = x^2 - 2x - 24$$

$$\frac{AC_{(x)}}{-0,25} = x^2 - 2x + 1 - 1 - 24$$

$$\frac{AC_{(x)}}{-0,25} = (x - 1)^2 - 23 \quad | \quad * -0,25$$

$$AC_{(x)} = -0,25(x - 1)^2 + 5,75$$

Die y-Koordinate des Scheitelpunktes entspricht der maximalen Länge von AC.

$$AC_{\max} = 5,75 \text{ LE}$$

$$B_{(1)} = (1 + 2 | -0,5 * 1) = (3 | -0,5)$$

1.6

$$AC = 1,5 * BD = 1,5 * 4 = 6 \text{ LE}$$

$$6 = 0,25x^2 + 0,5x + 6 \quad | \quad -6$$

$$0,25x * (x + 2) = 0$$

$$0,25x = 0 \quad | \quad : 0,25$$

$$x_1 = 0$$

$$x + 2 = 0 \quad | \quad -2$$

$$x_2 = - 2$$

1.7

Die Strecken BC, MB und MC sind für alle Drachen gleich lang. --> Es sind gleich große Dreiecke MBC --> **Die Winkel CBD sind für alle Drachen gleich groß.**