

Prüfungsaufgaben Aufgabe 31

Abschlussprüfung 2003

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabengruppe B

Aufgabe B 1

- B 1.0 Die Parabel p hat eine Gleichung der Form $y = ax^2 + x$ mit $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Die Parabel p verläuft durch den Punkt $R(-2| -2,5)$.

- B 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung des Wertes für a , dass die Parabel p die Gleichung $y = -0,125x^2 + x$ hat.

Erstellen Sie für die Parabel p eine Wertetabelle für $x \in [-4; 10]$ in Schritten von $\Delta x = 2$ und zeichnen Sie die Parabel p in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leq x \leq 11$; $-11 \leq y \leq 3$

3 P

- B 1.2 Punkte $A_n(x|-0,125x^2 + x)$ und Punkte D_n liegen auf der Parabel p und sind für $x < 5$ ($x \in \mathbb{R}$) zusammen mit Punkten B_n und C_n die Eckpunkte von Trapezen $A_nB_nC_nD_n$. Die Abszisse der Punkte D_n ist stets um 4 größer als die Abszisse x der Punkte A_n . Die parallelen Grundseiten der Trapeze sind $[A_nB_n]$ und $[C_nD_n]$.

Dabei gilt: $\overrightarrow{A_nB_n} = \begin{pmatrix} 8 \\ -6 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{D_nC_n} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Zeichnen Sie die Trapeze $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -3$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 2$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.

2 P

- B 1.3 Bestätigen Sie durch Rechnung, dass sich die Koordinaten der Punkte D_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n folgendermaßen darstellen lassen: $D_n(x+4|-0,125x^2 + 2)$.

1 P

- B 1.4 Zeigen Sie durch Rechnung, dass sich die Seitenlänge $\overline{B_nC_n}(x)$ aller Trapeze $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n wie folgt darstellen lässt: $\overline{B_nC_n}(x) = (5-x)$ LE.

3 P

- B 1.5 Das Trapez $A_3B_3C_3D_3$ ist gleichschenklig.
Ermitteln Sie durch Rechnung die x-Koordinate des Punktes A_3 .

4 P

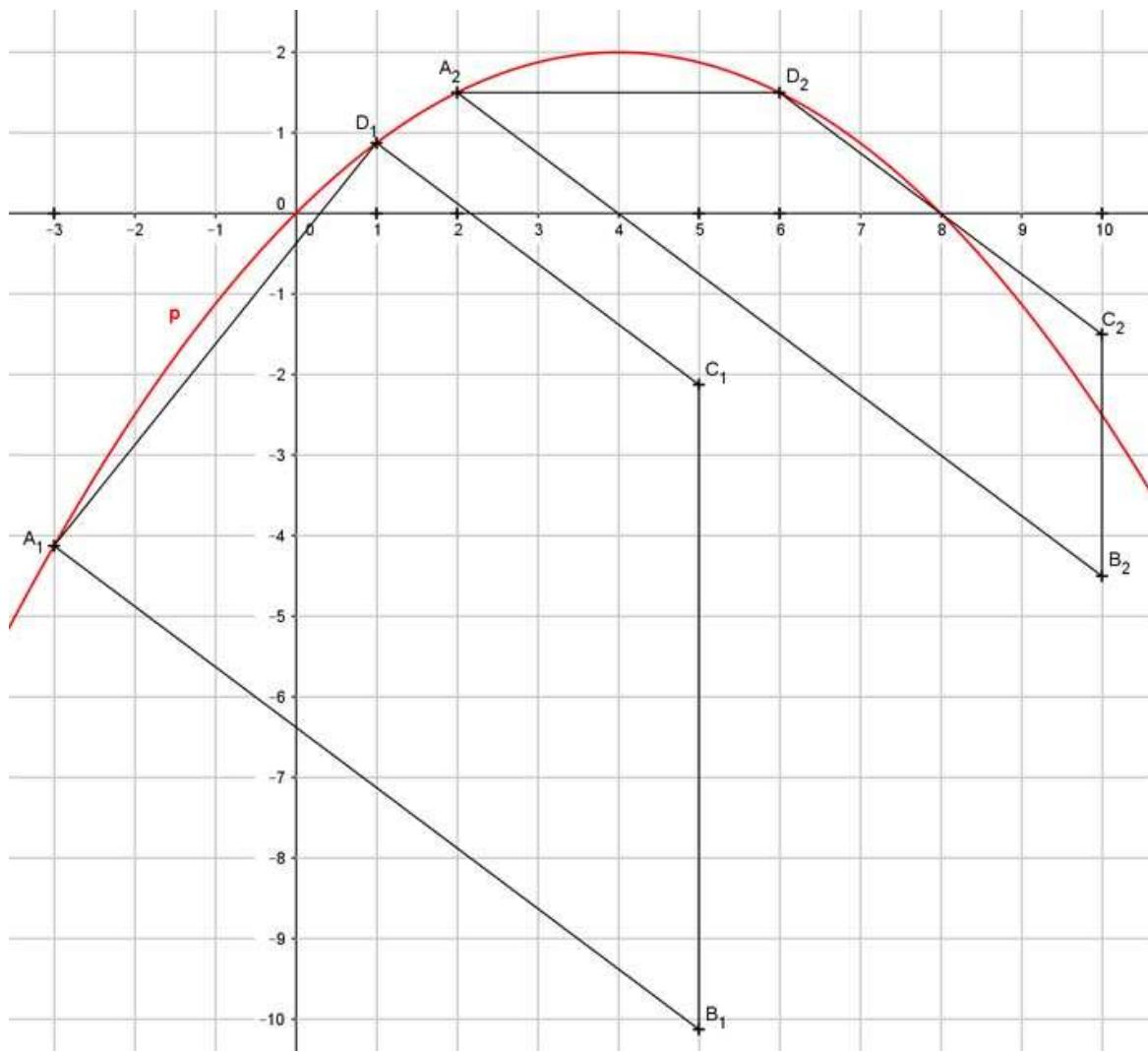
- B 1.6 Im Trapez $A_4B_4C_4D_4$ hat der Winkel $B_4A_4D_4$ das Maß 90° .
Berechnen Sie die x-Koordinate des Punktes A_4 .

3 P

1.0, 1.1, 1.2

Wertetabelle zu p :

x	-4	-2	0	3	6	8	10
y	-6	-2,5	0	1,875	1,5	0	-2,5



1.1

Punktkoordinaten eingesetzt:

$$-2,5 = a * (-2)^2 - 2$$

$$-2,5 = 4a - 2 \mid +2$$

$$-0,5 = 4a \mid :4$$

$$a = -0,125$$

$$\rightarrow \mathbf{y = -0,125x^2 + x}$$

1.3

$$\overrightarrow{OD} = \left[\begin{matrix} x+4 \\ -0,125(x+4)^2 + (x+4) \end{matrix} \right] = \left[\begin{matrix} x+4 \\ -0,125x^2 - x - 2 + x + 4 \end{matrix} \right]$$

$$\overrightarrow{OD} = \begin{bmatrix} x+4 \\ -0,125x^2 + 2 \end{bmatrix}$$

1.4

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}$$

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} + \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+4 \\ -0,125x^2 + 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+8 \\ -0,125x^2 - 1 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \begin{bmatrix} 8 \\ -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ -0,125x^2 + x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 \\ -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+8 \\ -0,125x^2 + x - 6 \end{bmatrix}$$

Die x-Koordinaten sind bei beiden gleich. Deswegen ist die Länge von BC gleich der Differenz der beiden y-Werte.

$$BC = (-0,125^2 - 1) - (-0,125x^2 + x - 6)$$

$$\text{BC}(x) = 5 - x \text{ LE}$$

1.5

Soll das Trapez gleichschenklig sein, dann gilt:

$$AD = BC$$

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA}$$

$$\overrightarrow{AD} = \begin{bmatrix} x+4 \\ -0,125x^2 + 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x \\ -0,125x^2 + x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2-x \end{bmatrix}$$

Länge von AD:

$$AD^2 = 4^2 + (2-x)^2 = 16 + 4 - 4x + x^2 = x^2 - 4x + 20 \mid \sqrt{\quad}$$

$$AD = \sqrt{x^2-4x+20}$$

$$\sqrt{x^2-4x+20} = 5 - x \mid ^2$$

$$x^2 - 4x + 20 = (5 - x)^2$$

$$x^2 - 4x + 20 = 25 - 10x + x^2 \mid -x^2$$

$$-4x + 20 = 25 - 10x \mid +10x$$

$$6x + 20 = 25 \mid -20$$

$$6x = 5 \mid :6$$

$$x = \frac{5}{6}$$

1.6

Ist der Winkel $BAD = 90^\circ$, dann stehen AB und AD senkrecht aufeinander.

Es gilt

$$\overrightarrow{AB} * \overrightarrow{AD} = 0$$

$$\begin{bmatrix} 8 \\ -6 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 4 \\ 2-x \end{bmatrix} = 0$$

$$32 - 6(2 - x) = 0$$

$$32 - 12 + 6x = 0 \mid -20$$

$$6x = -20 \mid :6$$

$$x = -\frac{10}{3}$$