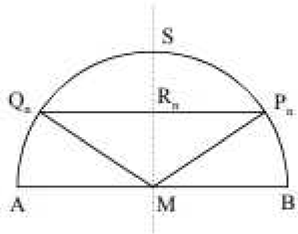
Prüfungsaufgaben Aufgabe 33

Abschlussprüfung 2003

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 3**

B 3.0 Die Strecke [AB] mit $\overline{AB} = 14\,\text{cm}$ und der Halbkreisbogen $\overset{\frown}{BA}$ um den Mittelpunkt M der Strecke [AB] begrenzen eine Figur.
Die Symmetrieachse dieser Figur schneidet den Halbkreisbogen $\overset{\frown}{BA}$ im Punkt S, Parallelen zu AB schneiden den Halbkreisbogen $\overset{\frown}{BA}$ in den Punkten P_n und Q_n.



Die Punkte P_n und Q_n und der Punkt M sind die Eckpunkte von gleichschenkligen Dreiecken P_nQ_nM mit der Basis $[P_nQ_n]$ und der zugehörigen Höhe $[MR_n]$ (siehe nebenstehende Skizze).

B 3.1 Zeichnen Sie die in 3.0 beschriebene Figur mit ihrer Symmetrieachse MS und die Parallele P_1Q_1 im Abstand $\overline{MR_1} = 4\,\text{cm}$. 1 P

B 3.2 Berechnen Sie, um wie viel Prozent der Kreisbogen $\overset{\frown}{P_1Q_1}$ länger ist als die Strecke $[P_1Q_1]$. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 4 P

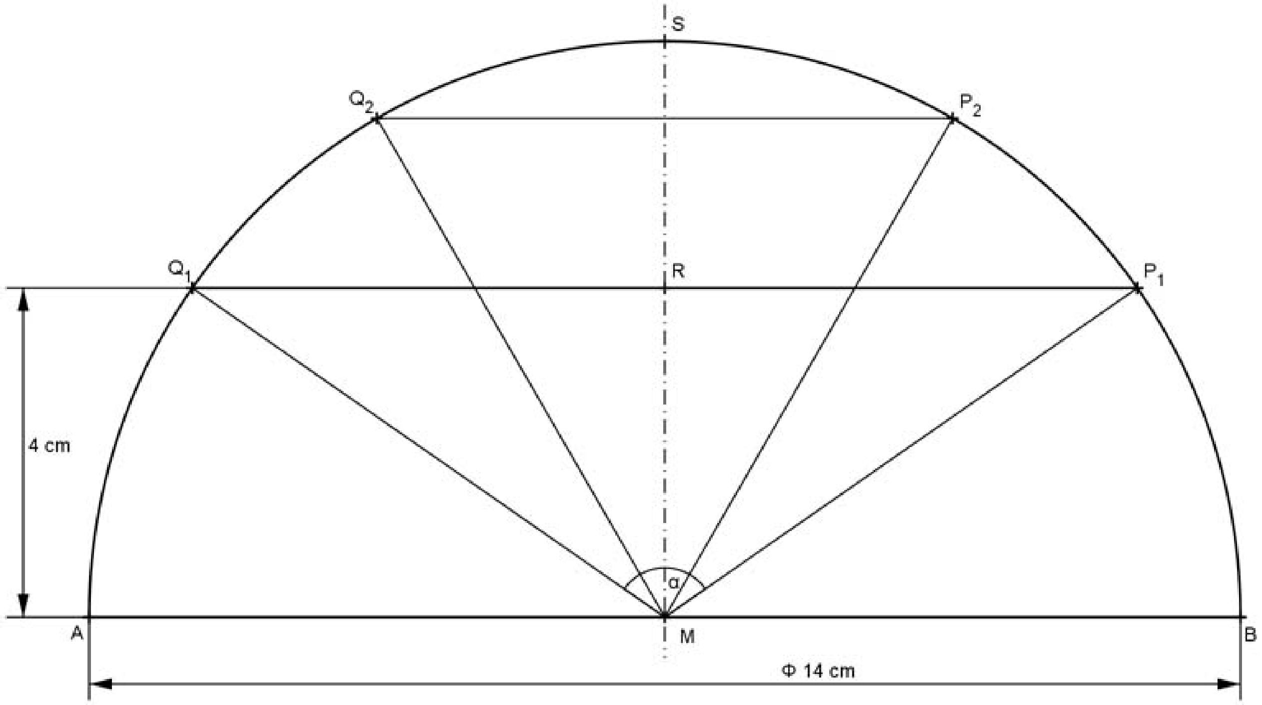
B 3.3 Unter den gleichschenkligen Dreiecken P_nQ_nM gibt es ein gleichseitiges Dreieck P_2Q_2M.
Zeichnen Sie das Dreieck P_2Q_2M in die Zeichnung zu 3.1 ein.
Berechnen Sie den Flächeninhalt der von der Strecke $[P_2Q_2]$ und dem Kreisbogen $\overset{\frown}{P_2Q_2}$ begrenzten Fläche. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 3 P

B 3.4 Die von der Strecke [AB] und dem Kreisbogen $\overset{\frown}{BA}$ begrenzte Figur und die Dreiecke P_nQ_nM rotieren um die Symmetrieachse MS.
Berechnen Sie den Oberflächeninhalt der Halbkugel.
Die durch die Rotation entstehenden Kegel haben den Grundkreisradius $\overline{P_nR_n} = x\,\text{cm}$ mit $0 < x < 7;\ x \in \mathbb{R}$.
Zeigen Sie, dass sich der Oberflächeninhalt A(x) der Kegel in Abhängigkeit von x wie folgt darstellen lässt: $A(x) = \pi \cdot (x^2 + 7x)\,\text{cm}^2$ 3 P

B 3.5 Berechnen Sie die Belegung für x auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet, für die der Oberflächeninhalt A(x) des zugehörigen Kegels halb so groß ist wie der Oberflächeninhalt der Halbkugel. 3 P

B 3.6 Berechnen Sie jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet den Grundkreisradius $\overline{P_3R_3}$ und den Oberflächeninhalt A_3 für denjenigen Kegel, bei dem im Axialschnitt P_3Q_3M das Maß des Winkels P_3MQ_3 130° beträgt. 2 P

3.0, 3.1, 3.3



3.2

Satz von Pythagoras im Dreieck MR_1Q_1:

$MQ_1 = AB/2 = 14\ cm/2 = 7\ cm$

$MQ_1^2 = MR_1^2 + R_1Q_1^2 \ |-MR_1^2$

$R_1Q_1^2 = MR_1^2 + MQ_1^2 \ |$

$R_1Q_1^2 = 7^2 - 4^2 = 33 \ |\sqrt{\ }$

$R_1Q_1 = 5,74\ cm$

Im Dreieck MR_1Q_1 gilt:

$$\cos \alpha/2 = \frac{MR1}{MQ1} = \frac{4\ cm}{7\ cm} = 0,5714 \rightarrow \alpha/2 = 55,15° \rightarrow \alpha = 110,3°$$

$$\text{Bogen } P_1Q_1 = \frac{2 * \pi * MQ1 * \alpha}{360°} = \frac{2 * \pi * 7\ cm * 110,3°}{360°} = 13,47\ cm$$

Verhältnisgleichung:

$P_1Q_1 = 2 * Q_1R_1 = 2 * 5,74\ cm = 11,48\ cm$

$R_1Q_1 : 100 = \text{Bogen } P_1Q_1 : x$

$11{,}48 : 100 = 13{,}47 : x$

$$x = \frac{13{,}47 * 100}{11{,}48} = 117{,}33\ \% \text{ -->}$$

Der Bogen ist um 17,33% länger als die Sehne.

3.3

$\alpha = 60°$ im gleichseitigen Dreieck.

$A = A_{Kreisausschnitt} - A_{Dreieck}$

$$A_{Kreisausschnitt} = \frac{\pi * MQ_1^2 * 60°}{360°} = \frac{\pi * 7^2 * 60°}{360°} = 25{,}64 \text{ cm}^2$$

$A_{Dreieck} = 0{,}5 * MQ_1 * MQ_1 * \sin\alpha = 0{,}5 * 7 \text{ cm} * 7 \text{ cm} * \sin 60°$

$A_{Dreieck} = 21{,}22 \text{ cm}^2$

A = $25{,}64 \text{ cm}^2 - 21{,}22 \text{ cm}^2 =$ **4,42 cm²**

3.4

O = Halbkugeloberfläche + Grundfläche

$$O = \frac{4 * \pi * MQ_1^2}{2} + \pi * MQ_1^2 = \frac{4 * \pi * 7^2 \text{ cm}^2}{2} + \pi * 7^2 \text{ cm}^2$$

O = $307{,}72 \text{ cm}^2 + 153{,}86 \text{ cm}^2 =$ **461,58 cm²**

x = PR = Grundkreisradius des Kegels

A = Grundfläche G + Kegelmantelfläche M

$A = \pi * x^2 + \pi * x * MQ$

$A = \pi * x^2 + \pi * x * 7 \text{ cm}^2$

$\mathbf{A_{(x)} = \pi * (x^2 + 7x)}$ cm²

3.5

$$\frac{461{,}58}{2} = \pi \cdot (x^2 + 7x) \quad | :\pi$$

$73{,}5 = x^2 + 7x \quad | \; -73{,}5$

$x^2 + 7x - 73{,}5 = 0$

p, q - Formel:

$p = 7,\ q = -73{,}5$

$x_{1,2} = \frac{-7}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-7}{2}\right)^2 - (-73{,}5)}$

$x_{1,2} = -3{,}5 \pm \sqrt{85{,}75}$

$x_{1,2} = -3{,}5 \pm 9{,}26$

$x_1 = 5{,}76$ cm

$x_2 = -12{,}76$

3.6

Im Dreieck MR_3P_3 gilt:

$$\sin 130°/2 = \frac{P_3R_3}{MP_3} \quad | \cdot MQ_3$$

$P_3R_3 =$ $MP_3 \cdot \sin 65° = 7 \text{ cm} \cdot \sin 65° =$ **6,34 cm**

$A_3 = \pi \cdot P_3R_3^2 + \pi \cdot MP_3 \cdot P_3R_3 =$

$A_3 =$ $\pi \cdot 6{,}34^2 + \pi \cdot 7 \cdot 6{,}34 \text{ cm}^2 =$ **265,57 cm²**