

# Prüfungsaufgaben Aufgabe 41

**Prüfungsdauer:**  
**150 Minuten**

**Abschlussprüfung 2004**  
an den Realschulen in Bayern

**R4/R6**

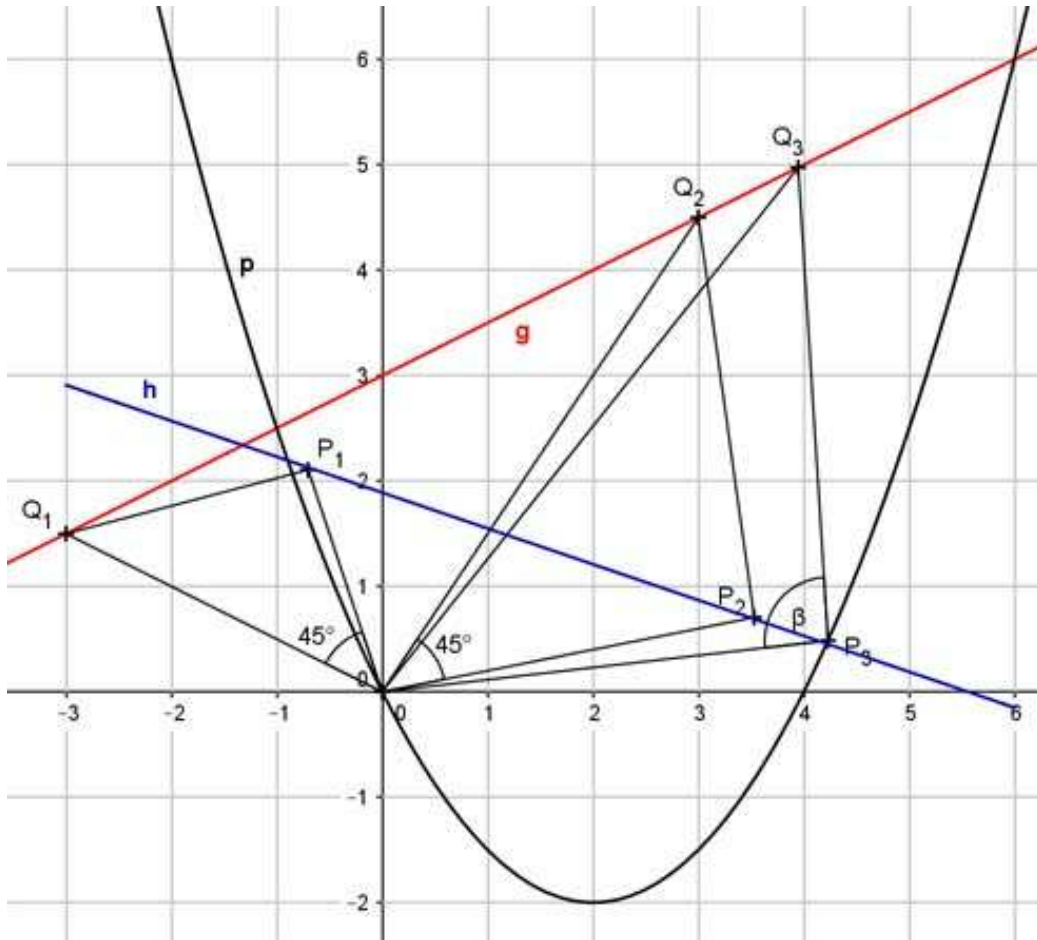
**Mathematik II**

**Aufgabengruppe B**

**Aufgabe B 2**

- B 2.0 Ein Landschaftsarchitekturbüro erhält den Auftrag ein viereckiges Grundstück ABCD zu gestalten. Es gelten folgende Maße:  
 $\overline{AB} = 100,0 \text{ m}$ ;  $\overline{AD} = 80,0 \text{ m}$ ;  $\overline{CD} = 120,0 \text{ m}$ ;  $\sphericalangle \text{BAD} = 70,0^\circ$ ;  $\sphericalangle \text{ADC} = 120,0^\circ$
- Hinweis für Berechnungen:  
Runden Sie jeweils auf eine Stelle nach dem Komma: Winkelmaße in  $^\circ$ , Längen in m, Flächeninhalte in  $\text{m}^2$  und Volumina in  $\text{m}^3$ .
- B 2.1 Zeichnen Sie das Viereck ABCD in einem geeigneten Maßstab. Geben Sie den gewählten Maßstab an. 2 P
- B 2.2 Auf dem Grundstück soll ein künstlicher See angelegt werden. Der See wird von den Seiten [DF], [AD], [AE] und dem Bogen  $\widehat{EF}$  begrenzt. Dieser Bogen  $\widehat{EF}$  ist Teil eines Kreises mit Mittelpunkt D, der die Seite [AB] im Punkt E mit  $\overline{AE} = 50,0 \text{ m}$  und die Seite [CD] im Punkt F schneidet.  
Zeichnen Sie den Bogen  $\widehat{EF}$  in die Zeichnung zu 2.1 ein und berechnen Sie die Länge der Strecke [DE].  
[Teilergebnis:  $\overline{DE} = 78,5 \text{ m}$ ] 2 P
- B 2.3 Zur Abschätzung der Kosten für eine geplante Einfassung des Sees muss sein Umfang bestimmt werden.  
Berechnen Sie den Umfang u der Seefläche.  
[Teilergebnis:  $\sphericalangle \text{EDF} = 83,2^\circ$ ] 3 P
- B 2.4 Für Veranstaltungen ist im See eine kreisförmige Bühne vorgesehen, die ein Zwölftel der Seefläche bedeckt.  
Berechnen Sie den Radius der Bühnenfläche.  
[Teilergebnis:  $A_{\text{See}} = 6353,5 \text{ m}^2$ ] 3 P
- B 2.5 Auf der nicht für den See verplanten Grundstücksfläche soll Rasen angesät werden.  
Ermitteln Sie rechnerisch den prozentualen Anteil der Rasenfläche an der gesamten Grundstücksfläche. 5 P

**2.0 - 2.3**



## 2.2

$$\vec{OS} = \vec{OA} + 0,5 * \vec{AC}$$

$$\vec{AC} = \vec{OC} - \vec{OA}$$

$$\vec{OQ} = \begin{bmatrix} x \\ 0,5x + 3 \end{bmatrix}$$

Drehung von  $\vec{OQ}$  um  $45^\circ$  im Uhrzeigersinn:

$$\vec{OP} = \frac{2}{3} \vec{OQ}$$

$$\vec{OP} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos -45^\circ & -\sin -45^\circ \\ \sin -45^\circ & \cos -45^\circ \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ 0,5x + 3 \end{bmatrix}$$

$$\vec{OP} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ 0,5x + 3 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{OP} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{2}}{2}(0,5x + 3) \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}(0,5x + 3) \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{3}{2}\sqrt{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{3}{2}\sqrt{2} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \frac{3\sqrt{2}}{4} + \frac{3}{2}\sqrt{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{3}{2}\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{OP} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2}x + \sqrt{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{6}x + \sqrt{2} \end{bmatrix}$$

### 2.3

Die x'-Koordinate von h entspricht der x-Koordinate von P

$$x' = \frac{\sqrt{2}}{2}x + \sqrt{2} \quad | -\sqrt{2}$$

$$x' - \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}x \quad | *2$$

$$2(x' - \sqrt{2}) = \sqrt{2}x \quad | :\sqrt{2}$$

$$x = \frac{2(x' - \sqrt{2})}{\sqrt{2}}$$

In die y-Koordinate von P eingesetzt:

$$y' = -\frac{\sqrt{2}}{6} * \left( \frac{2(x' - \sqrt{2})}{\sqrt{2}} \right) + \sqrt{2}$$

$$y' = -\frac{2}{6} * (x' - \sqrt{2}) + \sqrt{2}$$

$$y' = -\frac{2}{6}x' + \frac{2}{6}\sqrt{2} + \sqrt{2}$$

$$y' = -\frac{1}{3}x' + \frac{8}{6}\sqrt{2}$$

$$y' = -0,33x' + 1,89$$

### 2.4

P liegt auf der Parabel p und dem Trägergraphen h -->

$$-0,33x + 1,89 = 0,5x^2 - 2x \quad | +0,33x$$

$$1,89 = 0,5x^2 - 1,67x \quad | -1,89$$

$$0,5x^2 - 1,67x - 1,89 = 0 \quad | :0,5$$

$$x^2 - 3,34x - 3,78 = 0$$

p, q - Formel:

$$p = -3,34, \quad q = -3,78$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-3,34)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-3,34}{2}\right)^2 - (-3,78)}$$

$$x_{1,2} = 1,67 \pm \sqrt{6,57}$$

$$x_{1,2} = 1,67 \pm 2,56$$

$$x_1 = 4,23 = x\text{-Koordinate von P}$$

$$x_2 = -0,89 \text{ liegt nicht im 1. Quadranten}$$

Für die x-Koordinate P abhängig von der x-Koordinate von Q gilt:

$$\frac{\sqrt{2}}{2}x + \sqrt{2} = 4,23 \quad | -\sqrt{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}x = 4,23 - \sqrt{2} \quad | *2$$

$$\sqrt{2}x = 5,63 \quad | : \sqrt{2}$$

$$x_{(Q)} = 3,98$$

$$\overrightarrow{OQ_3} = \begin{bmatrix} 3,98 \\ 0,5 * 3,98 + 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,98 \\ 4,99 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{OP_3} = \begin{bmatrix} 4,23 \\ -\frac{\sqrt{2}}{6} * 3,98 + \sqrt{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,23 \\ 0,48 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{P_3Q_3} = \overrightarrow{OQ_3} - \overrightarrow{OP_3}$$

$$\overrightarrow{P_3Q_3} = \begin{bmatrix} 3,98 \\ 4,99 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4,23 \\ 0,48 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,25 \\ 4,51 \end{bmatrix}$$

Streckenlängen:

$$OQ_3^2 = 3,98^2 + 4,99^2 = 40,74 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$OQ_3 = 6,38 \text{ LE}$$

$$OP_3^2 = 4,23^2 + 0,48^2 = 18,12 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$OP_3 = 4,26 \text{ LE}$$

$$P_3Q_3^2 = (-0,25)^2 + 4,51^2 = 20,4 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$P_3Q_3 = 4,52 \text{ LE}$$

Kosinussatz im Dreieck  $OP_3Q_3$ :

$$OQ_3^2 = OP_3^2 + P_3Q_3^2 - 2 * OP_3 * P_3Q_3 * \cos \beta$$

$$40,74 = 18,12 + 20,4 - 2 * 4,26 * 4,52 * \cos \beta$$

$$40,74 = 38,52 - 38,51 * \cos \beta \quad | -38,52$$

$$2,22 = - 38,51 * \cos \beta \quad | :(-38,52)$$

$$\cos \beta = - 0,0576 \quad \rightarrow \quad \beta = 93,3^\circ$$

## 2.5

Der Flächeninhalt ist dann am kleinsten, wenn OQ senkrecht auf g steht.

$$m_g = 0,5$$

m einer Senkrechten dazu:

$$m_s = - \frac{1}{m_g} = - \frac{1}{0,5} = - 2$$

Gesuchte Funktionsgleichung der Senkrechten:

Punktkoordinaten (0|0) in  $y = mx + b$  eingesetzt:

$$0 = 0 * -2 + b$$

$$b = 0$$

$$y = - 2x$$

Schnittpunkt mit g:

$$-2x = 0,5x + 3 \quad | \quad -0,5x$$

$$-2,5x = 3 \quad | \quad :(-2,5)$$

$$\mathbf{x = -1,2}$$