Prüfungsaufgaben Aufgabe 43

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2004** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 1**

C 1.0 Gegeben sind die Funktionen f_1 mit der Gleichung $y = -2 \cdot 0{,}5^{x+1} + 5$ und f_2 mit der Gleichung $y = 0{,}5^{x+2} - 3$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).

C 1.1 Tabellarisieren Sie die Funktionen f_1 und f_2 jeweils für $x \in [-3; 5]$ mit $\Delta x = 1$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. Zeichnen Sie sodann die Graphen zu f_1 und f_2 in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leqq x \leqq 6$; $-4 \leqq y \leqq 6$ 2 P

C 1.2 Punkte $A_n(x \mid -2 \cdot 0{,}5^{x+1} + 5)$ auf dem Graphen zu f_1 und Punkte $C_n(x \mid 0{,}5^{x+2} - 3)$ auf dem Graphen zu f_2 sind Eckpunkte von Rauten $A_nB_nC_nD_n$. Die Punkte A_n und C_n haben jeweils dieselbe Abszisse x, und die y-Koordinate der Punkte A_n ist jeweils größer als die y-Koordinate der Punkte C_n. Außerdem gilt: $\overline{B_nD_n} = 4$ LE.
Zeichnen Sie die Raute $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -1$ und die Raute $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 3$ in das Koordinatensystem zu 1.1. ein. 2 P

C 1.3 Ermitteln Sie rechnerisch auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet, für welche x-Werte der Punkte A_n es Rauten $A_nB_nC_nD_n$, wie in 1.2 festgelegt, gibt. 3 P

C 1.4 Bestimmen Sie durch Rechnung die Koordinaten der Diagonalenschnittpunkte M_n der Rauten $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n. 2 P

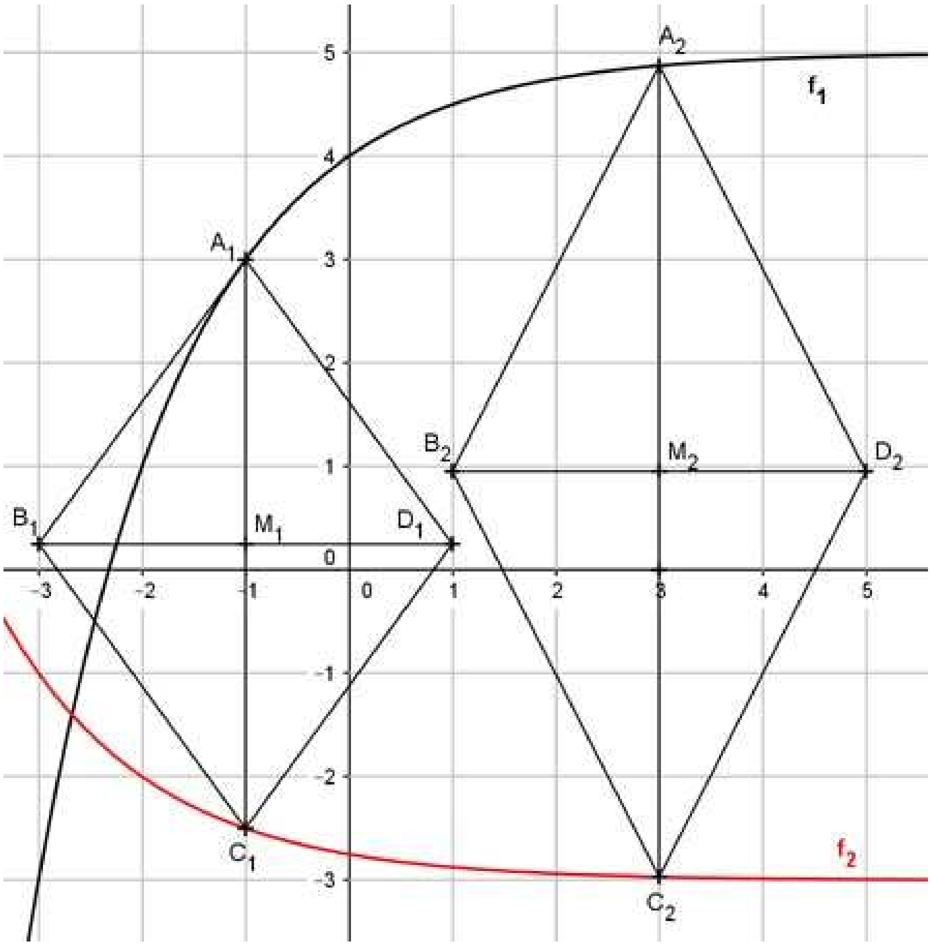
C 1.5 Unter den Rauten $A_nB_nC_nD_n$ gibt es ein Quadrat $A_0B_0C_0D_0$.
Berechnen Sie die Koordinaten des Eckpunktes C_0. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 3 P

C 1.6 Geben Sie das Intervall für die möglichen Flächeninhalte der Rauten $A_nB_nC_nD_n$ an. 3 P

1.0 und 1.1

Wetetabellen zu f_1 und f_2:

x	-3	-1	1	3	5
y_1	-3	3	4,5	4,88	4,97
y_2	-1	-2,5	-2,88	-2,97	-2,99



1.3

Es gibt Rauten rechts vom Schnittpunkt von f_1 und f_2:

Schnittpunkt:

$-2 * 0,5^{x+1} + 5 = 0,5^{x+2} - 3$ |+3

$-2 * 0,5^{x+1} + 8 = 0,5^{x+2}$ | $+ 2 * 0,5^{x+1}$

$8 = 2 * 0,5^{x+1} + 0,5^{x+2}$

$8 = 2 * 0,5^x * 0,5 + 0,5^x * 0,5^2$

$8 = 0,5^x(1 + 0,25)$ | :1,25

$6,4 = 0,5^x$ |lg

$\lg 6,4 = \lg 0,5^x$

$\lg 6,4 = x * \lg 0,5$ |: lg 0,5

$$x = \frac{\lg 6{,}4}{\lg 0{,}5} = -2{,}68$$

Für x > - 2,68 existieren Rauten

1.4

$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + 0{,}5 * \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AC} = (\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA})$

$\overrightarrow{AC} = \begin{bmatrix} x \\ 0{,}5^{x+2} - 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x \\ -2 * 0{,}5^{x+1} + 5 \end{bmatrix}$

$\overrightarrow{AC} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0{,}5^x * 0{,}5^2 - 3 + 2 * 0{,}5^x * 0{,}5 - 5 \end{bmatrix}$

$\overrightarrow{AC} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0{,}5^x * 1{,}25 - 8 \end{bmatrix}$

$\overrightarrow{OM} = \begin{bmatrix} x \\ -2 * 0{,}5^{x+1} + 5 \end{bmatrix} + 0{,}5 * \begin{bmatrix} 0 \\ 0{,}5^x * 1{,}25 - 8 \end{bmatrix}$

$\overrightarrow{OM} = \begin{bmatrix} x \\ -2 * 0{,}5^x * 0{,}5 + 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0{,}5^x * 0{,}625 - 4 \end{bmatrix}$

$\mathbf{\overrightarrow{OM} = \begin{bmatrix} x \\ -0{,}375 * 0{,}5^x + 1 \end{bmatrix}}$

1.5

In einem Quadrat sind die beiden Diagonalen gleich lang -->

AC = BD

AC = $y_A - y_C$

AC = $-2 * 0{,}5^x * 0{,}5 + 5 - (0{,}5^x * 0{,}5^2 - 3)$

AC = $-1{,}25 * 0{,}5^x + 8$

$4 = -1{,}25 * 0{,}5^x + 8 \mid -8$

$-4 = -1{,}25 * 0{,}5^x \mid :(-1{,}25)$

$3{,}2 = 0{,}5^x \mid \lg$

$\lg 3{,}2 = \lg 0{,}5^x$

$\lg 3{,}2 = x * \lg 0{,}5 \mid \lg 0{,}5$

$$\mathbf{x =} \frac{\lg 3{,}2}{\lg 0{,}5} = \mathbf{-\ 1{,}68}$$

C hat die Koordinaten

C(-1,68| $0{,}5^{-1{,}68\ +\ 2} - 3 =$ **- 2,2**)

1.6

$$A = \frac{BD * AC}{2}$$

f_1: Für große x strebt $-2 * 0{,}5^{x+1}$ gegen 0 und y gegen 5

f_2: Für große x strebt $0{,}5^{x+2}$ gegen 0 und y gegen - 3

AC ist dann = 5 - (-3) = 8 LE

$$A = \frac{4 * 8}{2} = 16 \text{ FE}$$

0 < A < 16 FE