Prüfungsaufgaben Aufgabe 45

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2004** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 3**

C 3.0 Eine Gärtnerei plant einen Glaspavillon als Ausstellungsraum für Pflanzen. Er soll aus einem Quader ABCDEFGH und einem pyramidenförmigen Dach EFGHS bestehen. Die Grundfläche ABCD ist quadratisch mit der Seitenlänge $\overline{AB} = 10\text{ m}$. Die Höhe des Quaders beträgt 6 m. Der Punkt M ist der Diagonalenschnittpunkt des Quadrats ABCD. Der Punkt N ist der Diagonalenschnittpunkt des Quadrats EFGH. Die Gesamthöhe des Pavillons beträgt $\overline{MS} = 10\text{ m}$.

C 3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild des Pavillons im Maßstab 1:100. Dabei soll [AB] auf der Schrägbildachse liegen.
Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$
Berechnen Sie sodann das Maß ε des Winkels NES auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnis: $\varepsilon = 29{,}50°$] 4 P

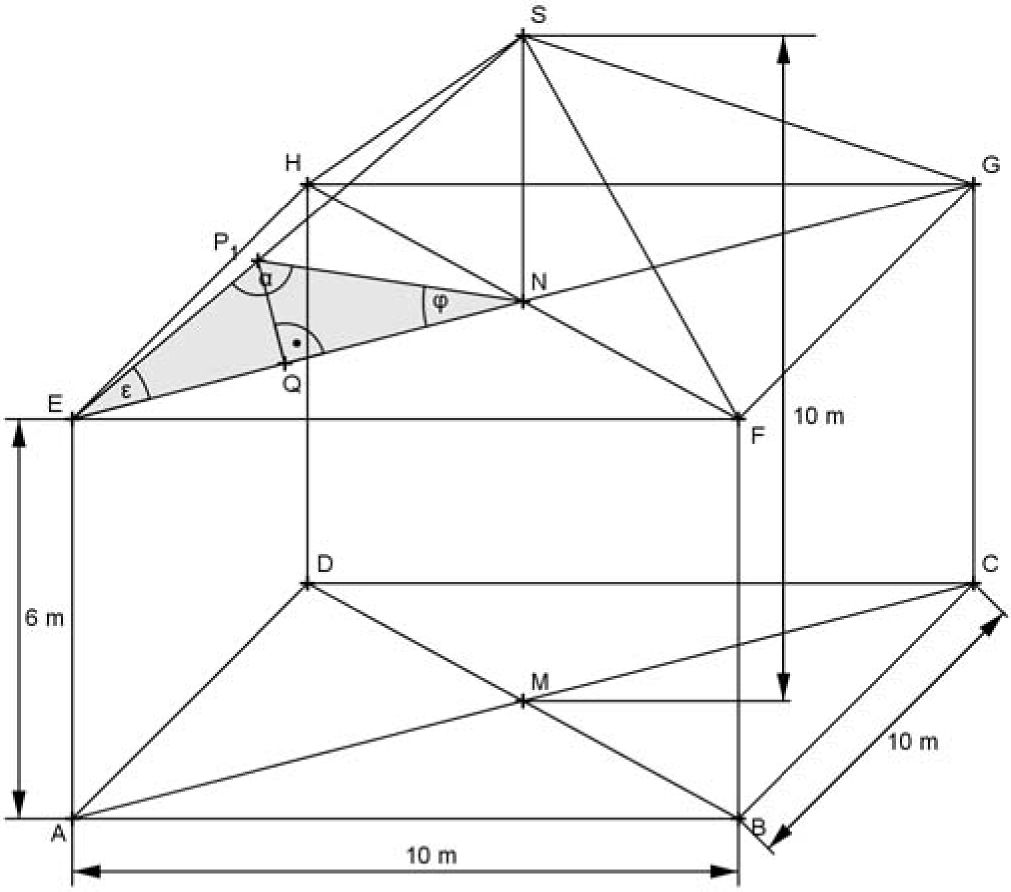
C 3.2 Punkte P_n auf der Kante [ES] werden mit dem Punkt N zu Verstrebungen $[NP_n]$ verbunden. Die Winkel P_nNE besitzen das Maß φ mit $0° < \varphi < 90°$.
Zeichnen Sie eine beliebige Verstrebung $[NP_1]$ in das Schrägbild zu 3.1 ein.
Zeigen Sie sodann, dass für die Längen der Verstrebungen $[NP_n]$ in Abhängigkeit von φ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet gilt:
$\overline{NP_n}(\varphi) = \frac{3{,}48}{\sin(\varphi + 29{,}50°)}\text{ m}$. 3 P

C 3.3 Die durch die Verstrebungen $[NP_n]$ entstehenden Dreiecke ENP_n werden zur Dekoration mit Stoff bespannt.
Berechnen Sie den Flächeninhalt $A(\varphi)$ der Dreiecke ENP_n in Abhängigkeit von φ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Ergebnis: $A(\varphi) = \frac{12{,}30 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 29{,}50°)}\text{ m}^2$] 2 P

C 3.4 Ermitteln Sie den Flächeninhalt des Stoffdreiecks, das man erhält, wenn die kürzestmögliche Verstrebung $[NP_0]$ eingebaut wird. 3 P

C 3.5 Das Dreieck ENP_2 bedeckt 60% der Fläche des Dreiecks ENS.
Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß φ. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 3 P

3.0 - 3.2



3.1

Satz von PYthagoras im Dreieck EFG:

$EG^2 = EF^2 + FG^2$

$EG^2 = 10^2 + 10^2 = 200 \; |\sqrt{}$

EG = 14,14 m

EN = EG/2 = 14,14 m/2 = 7,07 m

Im Dreieck ENS gilt:

NS = MS - MN = 10 m - 6 m = 4 m

$\tan \varepsilon = \dfrac{NM}{EN} = \dfrac{4\text{ m}}{7{,}07\text{ m}} = 0{,}5658 \rightarrow$ **$\varepsilon = 29{,}5°$**

3.2

Sinussatz im Dreieck ENP:

$$\frac{EN}{\sin \alpha} = \frac{PN}{\sin \varepsilon} \quad | \cdot \sin \varepsilon$$

$\alpha = 180° - (\varepsilon + \varphi)$

$\sin \alpha = \sin 180° - (\varepsilon + \varphi) = \sin (\varepsilon + \varphi)$

$$\mathbf{PN_{(\varphi)}} = \frac{EN * \sin \varepsilon}{\sin (\varepsilon + \varphi)} = \frac{7{,}07\text{ m} * \sin 29{,}5°}{\sin (29{,}5° + \varphi)} = \mathbf{\frac{3{,}48\text{ m}}{\sin (29{,}5° + \varphi)}}$$

3.3

Im Dreieck PQN gilt:

$$\sin \varphi = \frac{PQ}{PN} \quad | * PN$$

$$PQ = PN * \sin \varphi = \frac{3{,}48\text{ m} * \sin \varphi}{\sin (29{,}5° + \varphi)}$$

$$A = \frac{FN * PQ}{2} = \frac{7{,}07\text{ m} * 3{,}48\text{ m} * \sin \varphi}{2 * \sin (29{,}5° + \varphi)}$$

$$\mathbf{A_{(\varphi)} = \frac{12{,}3 * \sin \varphi}{\sin (29{,}5° + \varphi)}\text{ m}^2}$$

3.4

Die kürzestmögliche Strebe PN erhält man dann, wenn sin (29,5°+ φ) am größten ist. sin (29,5°+ φ) ist dann am größten, wenn 29,5°+ φ = 90°.
--> φ = 90° - 29,5° = 60,5°.

A = $12{,}3 * \sin 60{,}5°\text{ m}^2$ = **10,71 m²**

3.5

$$A_{ENS} = \frac{EN * NS}{2} = \frac{7{,}07\text{ m} * 4\text{ m}}{2} = 14{,}14\text{ m}^2$$

60% von A_{ENS} = 0,6 * 14,14 m² = 8,48 m²

$$8{,}48 = \frac{12{,}3 * \sin \varphi}{\sin (29{,}5° + \varphi)} \quad | * \sin (29{,}5° + \varphi)$$

$8{,}48 * \sin (29{,}5° + \varphi) = 12{,}3 * \sin \varphi$:12,3

$0{,}69 * \sin (29{,}5° + \varphi) = \sin \varphi$

$\sin (29{,}5° + \varphi) = \cos 29{,}5° * \sin \varphi + \sin 29{,}5° * \cos \varphi$

$0{,}69 * (\sin \varphi * 0{,}8704 + \cos \varphi * 0{,}4924) = \sin \varphi$

$0{,}6 * \sin \varphi + 0{,}34 * \sqrt{1-\sin^2\varphi} = \sin \varphi$ |- $0{,}6 * \sin \varphi$

$0{,}34 * \sqrt{1-\sin^2\varphi} = 0{,}4 * \sin \varphi$ |²

$0{,}116 * (1 - \sin^2 \varphi) = 0{,}16 * \sin^2 \varphi$

$0{,}116 - 0{,}116 * \sin^2 \varphi = 0{,}16 * \sin^2 \varphi$ |$+0{,}116 \sin^2 \varphi$

$0{,}116 = 0{,}276 * \sin^2 \varphi$ |: 0,276

$\sin^2 \varphi = 0{,}4203$ |√

$\sin_{1,2} \varphi = \pm 0{,}6483$ --> **$\varphi_1 = 40{,}41°$** oder (180° - 40,41° = 139,59°)

(φ_2 = - 40,41 oder 180° + 40,41° = 220,41°)