Prüfungsaufgaben Aufgabe 47

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2004
an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik II **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 2**

A 2.0 Die Firma Maier erhält von der Messeleitung ein dreieckiges Grundstück ABC auf dem Messefreigelände zugewiesen, auf dem sie ihren Informationspavillon errichten kann. Der Pavillon hat eine kreisförmige Grundfläche und wird so auf die Dreiecksfläche gestellt, dass seine Grundfläche die drei Seiten des Grundstücks ABC berührt.

Das Dreieck ABC hat die Seitenlängen $\overline{AB} = 9,50\text{ m}$, $\overline{AC} = 8,00\text{ m}$ und $\overline{BC} = 12,00\text{ m}$.

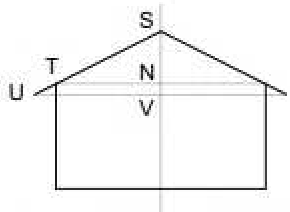
Hinweis für Berechnungen:
Runden Sie jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma: Winkelmaße in °, Längen in m und Flächeninhalte in m².

A 2.1 Berechnen Sie das Maß α des Winkels BAC und das Maß β des Winkels CBA des Dreiecks ABC.
Zeichnen Sie das dreieckige Grundstück ABC im Maßstab 1 : 100.
[Teilergebnis: $\alpha = 86,13°$; $\beta = 41,69°$] 3 P

A 2.2 Die Winkelhalbierenden der Winkel BAC und CBA schneiden sich im Punkt M. Der Fußpunkt des Lotes von M auf die Seite [AB] ist der Punkt D, von M auf [BC] der Punkt E und von M auf [AC] der Punkt F.
Zeichnen Sie die beiden Winkelhalbierenden und tragen Sie die Punkte M, D, E und F sowie die kreisförmige Pavillongrundfläche in die Zeichnung zu 2.1 ein.
Ermitteln Sie sodann rechnerisch den Radius [MD] der Pavillongrundfläche.
[Teilergebnis: $\overline{MD} = 2,57\text{ m}$] 4 P

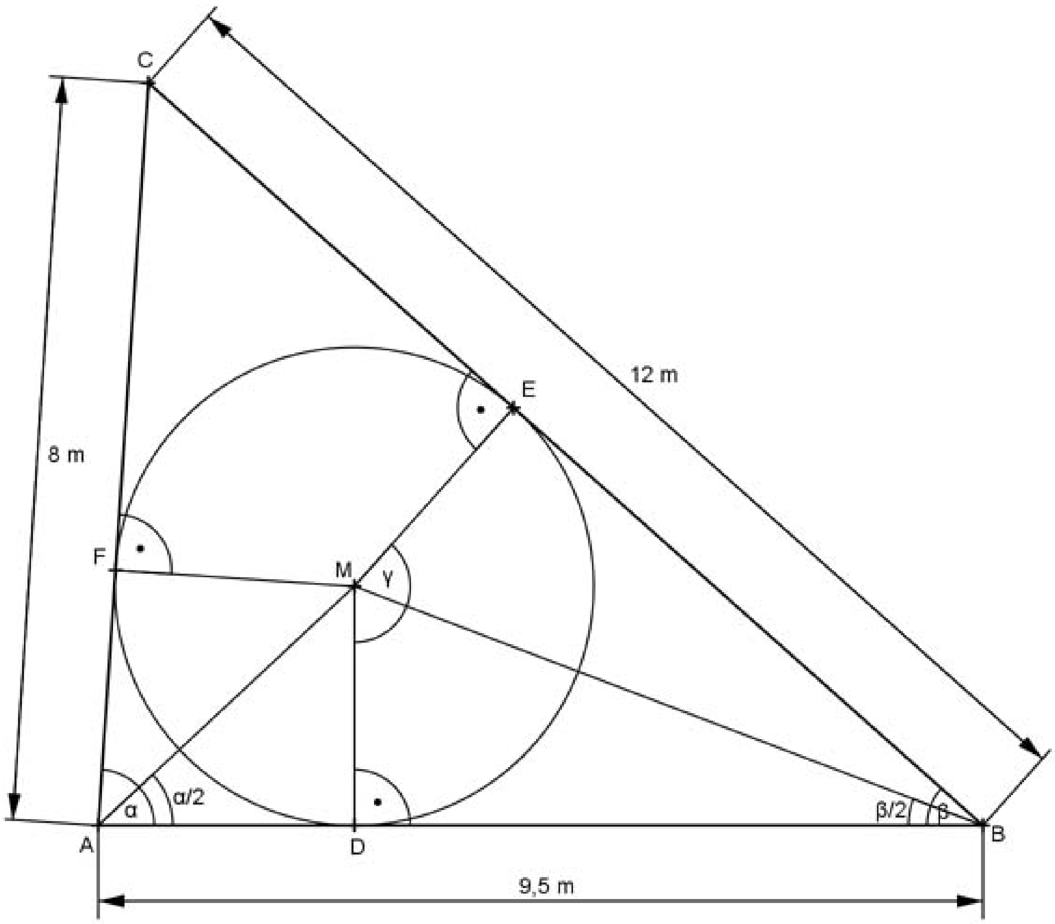
A 2.3 Der Eingangsbereich zum Pavillon ist die Fläche, die vom Kreisbogen $\overset{\frown}{DE}$ und von den Strecken [BE] und [BD] begrenzt wird.
Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Eingangsbereichs.
[Teilergebnis: $\overline{BD} = 6,75\text{ m}$] 4 P

A 2.4 Die nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt des Pavillons aus 2.0.
Der Pavillon hat die Form eines Zylinders, auf dem ein kegelförmiges Dach aufgesetzt ist. Dadurch vergrößert sich die Höhe des Pavillons um die Länge der Strecke $\overline{SN} = 1,75\text{ m}$.



Wie viele Quadratmeter Zeltplane werden für die Dachfläche des Pavillons benötigt, wenn das Dach des Pavillons ringsherum einen Überstand $\overline{TU} = 10\text{ cm}$ haben soll (siehe Axialschnitt)?
[Teilergebnis: $\overline{UV} = 2,65\text{ m}$] 4 P

2.1, 2.2



2.1

Kosinussatz im Dreieck ABC:

$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 * AB * AC * \cos \alpha$

$12^2 = 9{,}5^2 + 8^2 - 2 * 9{,}5 * 8 * \cos \alpha$

$144 = 90{,}25 + 64^2 - 152 * \cos \alpha$

$144 = 154{,}25 - 152 * \cos \alpha \mid - 154{,}25$

$- 10{,}25 = - 152 * \cos \alpha \mid : (-152)$

$$\cos \alpha = \frac{-10{,}25}{-152} = 0{,}0674 \rightarrow \alpha = 86{,}14°$$

Sinussatz:

$$\frac{AC}{\sin \beta} = \frac{BC}{\sin \alpha}$$

Über Kreuz multipliziert:

$AC * \sin \alpha = BC * \sin \beta \mid BC$

$$\sin \beta = \frac{AC * \sin \alpha}{BC} = \frac{8 \text{ m} * \sin 86{,}14°}{12 \text{ m}} = 0{,}6652 \text{ --> } \boldsymbol{\beta = 41{,}7°}$$

2.2

Im Dreieck DBM gilt:

$$\tan \beta/2 = \frac{MD}{AB - AD} = \frac{MD}{9{,}5 - AD} \mid *(9{,}5 - AD)$$

$MD = \tan \beta/2 * (9{,}5 - AD)$

Im Dreieck ADM gilt:

$$\tan \alpha/2 = \frac{MD}{AD} \mid *AD$$

$MD = \tan \alpha/2 * AD$

Gleichgesetzt:

$\tan \beta/2 * (9{,}5 - AD) = \tan \alpha/2 * AD$

$\tan \beta/2 * (9{,}5 - AD) = \tan \alpha/2 * AD$

$0{,}3809 * (9{,}5 - AD) = 0{,}9348 * AD$

$0{,}3809 * (9{,}5 - AD) = 0{,}9348 * AD$

$3{,}62 - 0{,}3809 * AD = 0{,}9348 * AD \mid +0{,}3809 * AD$

$3{,}62 = 1{,}3157 * AD \mid : 1{,}3157$

$AD = 2{,}75 \text{ m}$

$MD = \tan \alpha/2 * AD$

MD = $0{,}9348 * 2{,}75\ m$ = **2,57 m**

2.3

$A = 2 * A_{Dreieck} - A_{Kreisausschnitt}$

$DB = AB - AD = 9{,}5\ m - 2{,}75\ m = 6{,}75\ m$

$y = 2 * (90° - β/2) = 2 * (90° - 41{,}7°/2) = 138{,}3°$

$$A = 2 * \frac{DB * MD}{2} - \frac{π * MD^2 * γ}{360°}$$

$$A = 2 * \frac{6{,}75\ m * 2{,}57\ m}{2} - \frac{π * 2{,}57^2\ m^2 * 138{,}3°}{360°}$$

A = 9,38 m²

2.4

$M_{Kegel} = π * UV * US$

Satz von Pythagoras im Dreieck TNS:

$TN = MD$

$TS^2 = MD^2 + NS^2$

$TS^2 = 2{,}57^2 + 1{,}75^2$

$TS^2 = 9{,}67\ m^2\ |\sqrt{\ }$

$TS = 3{,}11\ m$

$SU = ST + 0{,}1\ m = 3{,}11\ m + 0{,}1\ m = 3{,}21\ m$

Winkel TSN = φ

Im Dreieck TNS gilt:

$$\tan φ = \frac{TN}{NS} = \frac{2{,}57\ m}{1{,}75\ m} = 1{,}4686 \rightarrow φ = 55{,}75°$$

Im Dreieck SUV gilt:

$$\sin \varphi = \frac{UV}{SU} \quad | \ {*SU}$$

$SU * \sin \varphi = UV$

$UV = 3{,}21\ m * \sin 55{,}75° = 2{,}65\ m$

$\mathbf{M_{Kegel} =}\ \pi * 2{,}65\ m * 3{,}21\ m = \mathbf{26{,}71\ m^2}$