Prüfungsaufgaben Aufgabe 49

| Prüfungsdauer: 150 Minuten | **Abschlussprüfung 2004** an den Realschulen in Bayern | **R4/R6** |
|---|---|---|

| **Mathematik II** | **Aufgabengruppe B** | **Aufgabe B 1** |
|---|---|---|

B 1.0 Die Parabel p hat die Gleichung $y = 0{,}25x^2 + x + 1{,}5$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

B 1.1 Berechnen Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes S der Parabel p.
Zeichnen Sie sodann die Parabel p im Bereich von $-8 \leqq x \leqq 4$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-9 \leqq x \leqq 7$; $-1 \leqq y \leqq 10$ — 3 P

B 1.2 Punkte $A_n\left(x \mid 0{,}25x^2 + x + 1{,}5\right)$ und Punkte $C_n$ liegen auf der Parabel p und sind zusammen mit Punkten $B_n$ und $D_n$ die Eckpunkte von Quadraten $A_nB_nC_nD_n$. Die Abszisse der Punkte $C_n$ ist stets um 4 größer als die Abszisse x der Punkte $A_n$.
Zeichnen Sie die Quadrate $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -7$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 0$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.
Zeigen Sie sodann, dass für die Koordinaten der Punkte $C_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte $A_n$ gilt: $C_n\left(x + 4 \mid 0{,}25x^2 + 3x + 9{,}5\right)$ — 3 P

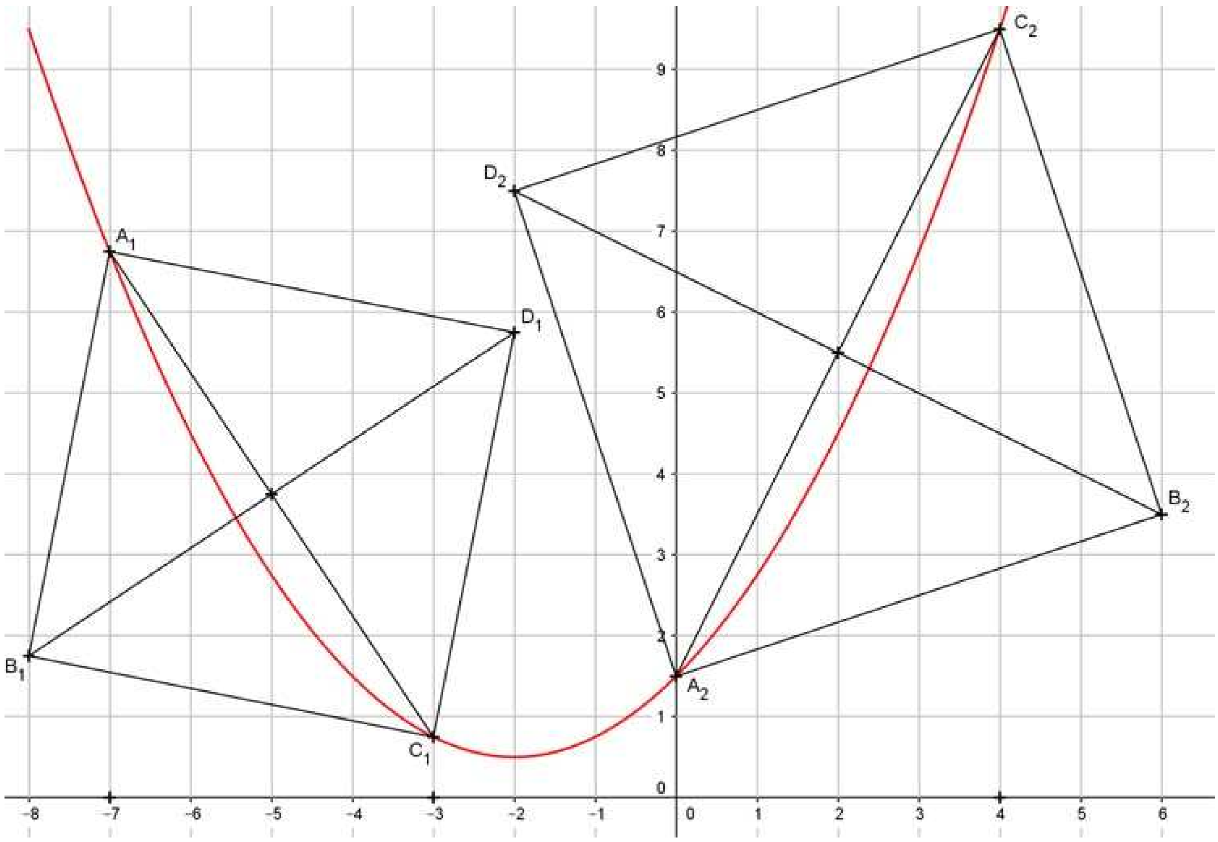
B.1.3 Stellen Sie den Flächeninhalt A(x) der Quadrate $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte $A_n$ dar.
[Ergebnis: $A(x) = (2x^2 + 16x + 40)$ FE ] — 3 P

B 1.4 Unter den Quadraten $A_nB_nC_nD_n$ besitzt das Quadrat $A_0B_0C_0D_0$ den kleinsten Flächeninhalt.
Berechnen Sie diesen kleinsten Flächeninhalt $A_{min}$. — 1 P

B 1.5 Bei den Quadraten $A_3B_3C_3D_3$ und $A_4B_4C_4D_4$ beträgt die Seitenlänge jeweils 5 LE.
Berechnen Sie die x-Koordinaten der Punkte $C_3$ und $C_4$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. — 3 P

B 1.6 Die x-Achse schließt mit der Symmetrieachse $A_5C_5$ des Quadrates $A_5B_5C_5D_5$ den Winkel $\varphi$ mit dem Maß 35° ein.
Hinweis: $y_{A_5} < y_{C_5}$
Berechnen Sie die x-Koordinate des Punktes $A_5$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. — 3 P

**1.1, 1.2**




**1.1**

$y = 0{,}25x^2 + x + 1{,}5 \mid :0{,}25$

$\frac{y}{0{,}25} = x^2 + 4x + 6$

$\frac{y}{0{,}25} = (x + 2)^2 - 4 + 6$

$\frac{y}{0{,}25} = (x + 2)^2 + 2 \mid *0{,}25$

$y = 0{,}25(x + 2)^2 + 0{,}5$

**S(-2|0,5)**

**1.2**

C hat die Koordinaten $(x + 4)|0{,}25(x + 4)^2 + (x + 4) + 1{,}5)$

$C(x + 4)|0{,}25(x^2 + 8x + 16) + x + 5{,}5)$

$C(x + 4|0,25x^2 + 2x + 4 + x + 5,5)$

**$C(x + 4|0,25x^2 + 3x + 9,5)$**

**1.3**

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = \begin{bmatrix} x+4 \\ 0,25x^2 + 3x + 9,5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x \\ 0,25x^2 + x + 1,5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2x + 8 \end{bmatrix}$$

Länge von AC:

$AC^2 = 4^2 + (2x + 8)^2 = 16 + 4x^2 + 32x + 64 = 4x^2 + 32x + 80 \; |\sqrt{\phantom{x}}$

$AC = \sqrt{4x^2 + 32x + 80}$

$AC = BD$

$$A_{(x)} = \frac{AC * BD}{2} = \frac{\sqrt{4x^2 + 32x + 80} * \sqrt{4x^2 + 32x + 80}}{2}$$

$$\mathbf{A_{(x)}} = \frac{4x^2 + 32x + 80}{2} = \mathbf{2x^2 + 16x + 40 \text{ FE}}$$

**1.4**

Scheitelpunkt von $A_{(x)}$ bestimmen:

$A_{(x)} = 2x^2 + 16x + 40 \; |:2$

$$\frac{A_{(x)}}{2} = x^2 + 8x + 20$$

$$\frac{A_{(x)}}{2} = (x + 4)^2 - 16 + 20$$

$$\frac{A_{(x)}}{2} = (x + 4)^2 + 4 \; | *2$$

$A_{(x)} = (x + 4)^2 + 8$

$S(-4|8)$

An der Stelle $x = -4$ ist **$A_{min} = 8$ FE**.

**1.5**

Satz von Pythagoras in einem beliebigen Dreieck ABD:

$AB^2 + AD^2 = BD^2$

$5^2 + 5^2 = (\sqrt{4x^2 + 32x + 80})^2$

$50 = 4x^2 + 32x + 80 \mid -50$

$4x^2 + 32x + 30 = 0$

A,B,C - Formel:

A = 4, B = 32, C = 30

$$x_{1,2} = \frac{-32 \pm \sqrt{32^2 - 4*4*30}}{2*4} = \frac{-32 \pm \sqrt{544}}{8}$$

$$x_{1,2} = \frac{-32 \pm 23{,}32}{8}$$

$x_1 = -1{,}09$

$x_2 = -6{,}92$

**$C_3$ hat die x-Koordinate** 1,09 + 4 = **2,91**,

**$C_4$ die x-Koordinate** -6,92 + 4 = **- 2,92**

**1.6**

Steigung der Geraden AC:

$$\tan \varphi = \frac{2x + 8}{4}$$

$$\tan 35° = \frac{2x + 8}{4} \mid *4$$

$4 * 0{,}7002 = 2x + 8 \mid -8$

$-5{,}2 = 2x \mid :2$

**$x = -2{,}6$**