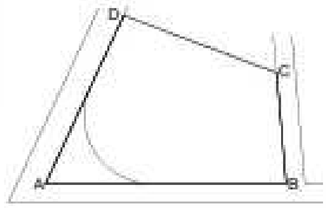
Prüfungsaufgaben Aufgabe 53

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2004** an den **vierstufigen** Realschulen in Bayern	**R4**

Mathematik II | **Aufgabengruppe C** | **Aufgabe C 2**

C 2.0 Nebenstehende Skizze zeigt den Plan eines Grundstücks. Die Grundstücksfläche hat die Form eines Vierecks ABCD. Sie wird an den Seiten [AB], [BC] und [AD] von Straßen begrenzt.
Es gelten folgende Maße:
$\overline{AB} = 26{,}00\,m$; $\overline{BC} = 12{,}00\,m$; $\overline{AD} = 20{,}00\,m$;
$\sphericalangle BAD = 65{,}00°$; $\sphericalangle CBA = 85{,}00°$.



Hinweis für Berechnungen:
Runden Sie jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma; Winkelmaße in °, Längen in m und Flächeninhalte in m².

C 2.1 Zeichnen Sie das Viereck ABCD im Maßstab 1 : 200. 2 P

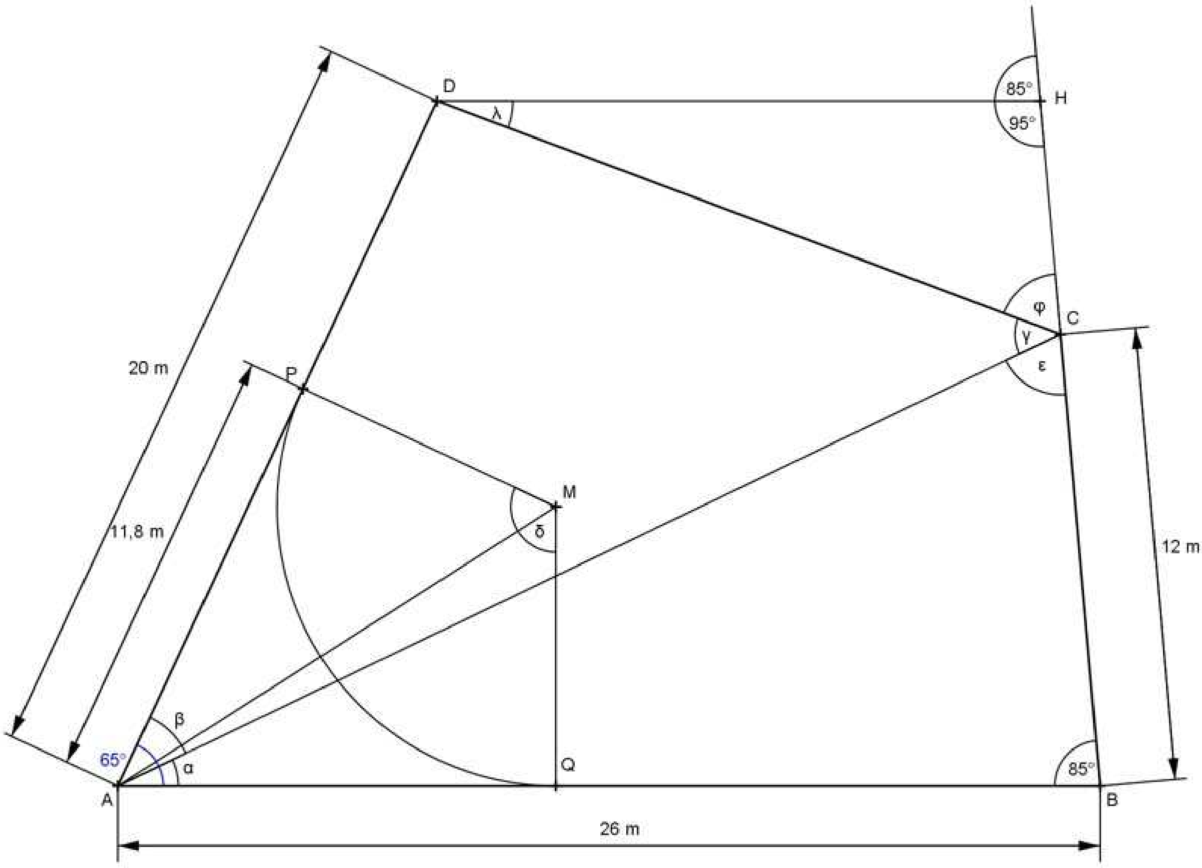
C 2.2 Berechnen Sie die Länge der Grundstücksdiagonalen [AC] und das Maß des Winkels BAC.
[Teilergebnis: $\overline{AC} = 27{,}67\text{ m}$; $\sphericalangle BAC = 25{,}60°$] 2 P

C 2.3 Berechnen Sie die Länge der Grundstücksseite [CD] und das Maß des Winkels DCB.
[Ergebnis: $\overline{CD} = 17{,}62\,m$; $\sphericalangle DCB = 115{,}51°$] 3 P

C 2.4 Zur Verbesserung des Verkehrsflusses plant die Gemeinde den Straßenverlauf an der Grundstücksecke A abzurunden. Die neue Grundstücksgrenze wird durch einen Kreisbogen mit dem Mittelpunkt M markiert. Der Kreisbogen berührt die Seiten [AB] im Punkt Q und [AD] im Punkt P jeweils 11,60 m von A entfernt.
Zeichnen Sie den Kreisbogen $\overset{\frown}{PQ}$ in die Zeichnung zu 2.1 ein.
Berechnen Sie anschließend den Flächeninhalt der abzutretenden Fläche, die durch die Strecken [AP], [AQ] und den Kreisbogen $\overset{\frown}{PQ}$ begrenzt wird.
[Teilergebnis: $\overline{MP} = 7{,}39\,m$] 4 P

C 2.5 Als Ersatz für die abzutretende Fläche bietet die Gemeinde dem Grundstückseigentümer ein dreieckiges Grundstück CHD als Ausgleichsfläche an. Dieses grenzt an die Grundstücksseite [CD]. Der Punkt H ist der Schnittpunkt der Verlängerung der Grundstücksseite [BC] mit der Parallelen zur Grundstücksseite [AB] durch die Grundstücksecke D.
Berechnen Sie den Flächeninhalt der Ausgleichsfläche CHD und bestimmen Sie um wie viel Prozent die Ausgleichsfläche größer ist als die abgetretene Fläche.
[Teilergebnis: $\overline{DH} = 15{,}96\text{ m}$] 4 P

2.0, 2.1, 2.4, 2.5



2.2

Kosinussatz im Dreieck ABC:

$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 * AB * BC * \cos 85°$

$AC^2 = 26^2 + 12^2 - 2 * 26 * 12 * \cos 85°$

$AC^2 = 765{,}61\ m^2 \quad |\sqrt{}$

$AC = 27{,}67\ m$

Sinussatz:

$$\frac{AC}{\sin 85°} = \frac{BC}{\sin \alpha}$$

Über Kreuz multipliziert:

$AC * \sin \alpha = BC * \sin 85° \quad |:AC$

$$\sin \alpha = \frac{BC * \sin 85°}{AC} = \frac{12\ m * \sin 85°}{27{,}67\ m} = 0{,}432 \dashrightarrow \boldsymbol{\alpha = 25{,}59°}$$

2.3

Kosinussatz im Dreieck ACD:

$\beta = 65° - \alpha = 65° - 25{,}59° = 39{,}41°$

$CD^2 = AC^2 + AD^2 - 2 * AC * AD * \cos \beta°$

$CD^2 = 27{,}67^2 + 20^2 - 2 * 27{,}67 * 20 * \cos 39{,}41°$

$CD^2 = 310{,}49 \ |\sqrt{}$

CD = 17,62 m

Sinussatz:

$$\frac{AD}{\sin \gamma} = \frac{CD}{\sin \beta}$$

Über Kreuz multipliziert:

$AD * \sin \beta = CD * \sin \gamma \ |:CD$

$$\sin \gamma = \frac{AD * \sin \beta}{CD} = \frac{20\ m * \sin 39{,}41°}{17{,}62\ m} = 0{,}7206 \dashrightarrow \boldsymbol{\gamma = 46{,}1°}$$

$\varepsilon = 180° - \alpha - 85° = 180° - 25{,}59° - 85° = 69{,}41°$

Winkel DCB = $\varepsilon + \gamma = 69{,}41° + 46{,}1° =$ **115,51°**

2.4

Im Dreieck AQM gilt:

$$\tan 65°/2 = \frac{MQ}{AQ} \ |\ AQ$$

$MQ = \tan 32{,}5° * AQ = \tan 32{,}5° * 11{,}6\ m = 7{,}39\ m$

Im Drachen ergänzen sich gegenüberliegende Winkrl zu 180° -->

$\delta = 180° - 65° = 115°$

$A = 2 * A_{Dreieck} - A_{Kreisausschnitt}$

$$A = 2 * \frac{AQ * QM}{2} - \frac{\pi * QM^2 * \delta}{360°}$$

$$A = 11{,}6\ m * 7{,}39\ m - \frac{\pi * 7{,}392\ m^2 * 115°}{360°}$$

$A = 30{,}94\ m^2$

2.5

$\varphi = 180° - \varepsilon - \gamma = 180° - 69{,}41° - 46{,}1° = 64{,}49°$

Sinussatz im Dreieck DCH:

Im Dreieck AQM gilt:

$\lambda = 180° - 95° - \varphi = 180° - 95° - 64{,}49° = 20{,}51°$

$$\frac{DC}{\sin 95°} = \frac{CH}{\sin \lambda} \quad | * \sin \lambda$$

$$CH = \frac{DC * \sin \lambda}{\sin 95°} = \frac{17{,}62\ m * \sin 20{,}51°}{\sin 95°} = 6{,}2\ m$$

$A_{DCH} = 0{,}5 * DC * CH * \sin \varphi$

$A_{DCH} = 0{,}5 * 17{,}62\ m * 6{,}2\ m * \sin 64{,}49°$

$A_{DCH} = 49{,}3\ m^2$

Verhältnisgleichung:

$30{,}94\ m^2 : 100\% = 49{,}3\ m^2 : p\%$

$30{,}94 * p = 49{,}3 * 100 \quad |:30{,}94$

$$p = \frac{49{,}3 * 100}{30{,}94} = 159{,}3\ \%$$

Die Ausgleichsfläche ist um 159,3% - 100% = **59,3% größer**.