Prüfungsaufgaben Aufgabe 55

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2004** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik II **Nachtermin** **Aufgabe D 1**

D 1.0 Die Parabel p_1 hat die Gleichung $y = -(x-3)^2 + 5$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Die Parabel p_2 hat den Scheitelpunkt $S(5|8)$ und verläuft durch den Punkt $Q(-3|-8)$.

D 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung, dass sich die Gleichung die Parabel p_2 wie folgt darstellen lässt: $y = -0,25x^2 + 2,5x + 1,75$.
Erstellen Sie für die Parabel p_2 eine Wertetabelle für $x \in [0;10]$ in Schritten von $\Delta x = 1$ und zeichnen Sie die Parabeln p_1 und p_2 in ein Koordinatensystem ein.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-1 \leqq x \leqq 11$; $-2 \leqq y \leqq 12$ 5 P

D 1.2 Punkte $A_n\left(x\middle|-x^2+6x-4\right)$ und Punkte B_n liegen auf der Parabel p_1. Die Abszisse der Punkte B_n ist stets um 2 größer als die Abszisse x der Punkte A_n.
Bestätigen Sie durch Rechnung, dass sich die Koordinaten der Punkte B_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n folgendermaßen darstellen lassen:
$B_n\left(x+2\middle|-x^2+2x+4\right)$. 1 P

D 1.3 Die Punkte A_n und B_n auf der Parabel p_1 sind zusammen mit Punkten C_n und D_n die Eckpunkte von Trapezen $A_nB_nC_nD_n$. Die Punkte $D_n\left(x\middle|-0,25x^2+2,5x+1,75\right)$ liegen auf der Parabel p_2 und haben dieselbe Abszisse x wie die Punkte A_n und es gilt: $[A_nD_n] \parallel [B_nC_n]$ und $\overline{B_nC_n} = 8$ LE.
Zeichnen Sie die Trapeze $A_1B_1C_1D_1$ für $x = 2,5$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 3,5$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

D 1.4 Berechnen Sie auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet das Winkelmaß α des Winkels $B_1A_1D_1$ des Trapezes $A_1B_1C_1D_1$. 3 P

D 1.5 Bestimmen Sie, für welche Werte von x gilt: $\overline{A_nD_n} = \overline{B_nC_n}$. (Auf zwei Stellen nach den Komma runden.)
[Teilergebnis: $\overline{A_nD_n}(x) = (0,75x^2 - 3,5x + 5,75)$ LE] 3 P

D 1.6 Ermitteln Sie rechnerisch die kleinstmögliche Länge $\overline{A_0D_0}$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
Begründen Sie sodann, dass das zugehörige Trapez $A_0B_0C_0D_0$ den kleinstmöglichen Flächeninhalt hat. 2 P

1.1, 1.3

p_2:

Punktkoordinaten von S in die Scheitelpunktform $y_2 = a(x + b)^2 + c$ eingesetzt:

$y_2 = a(x - 5)^2 + 8$

Punktkoordinaten von Q eingesetzt:

$-8 = a(-3 - 5)^2 + 8 \mid -8$

$-16 = a * 64 \mid :64$

$a = -0{,}25$

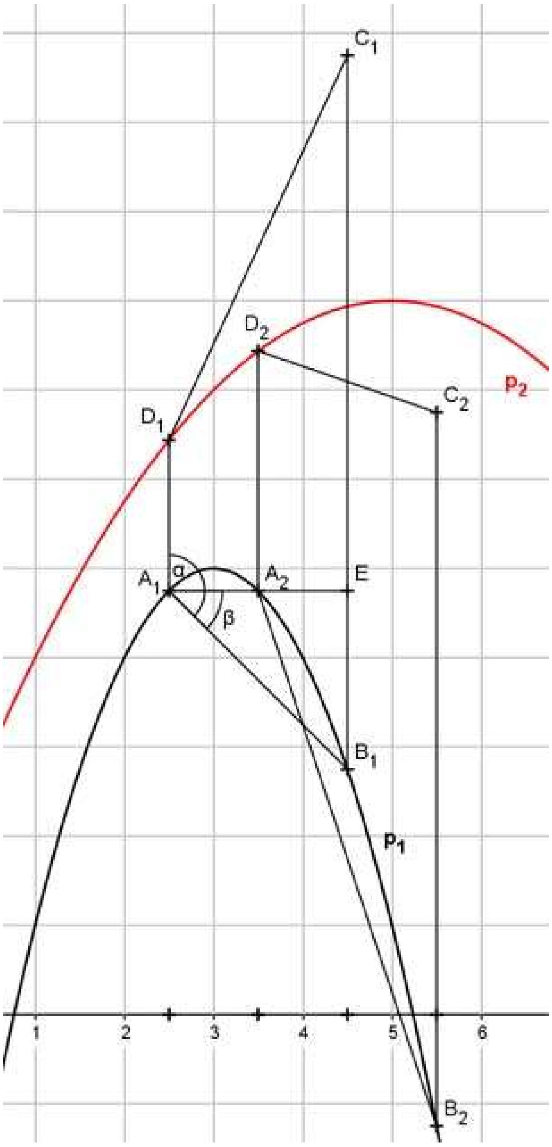
$y_2 = -0{,}25(x - 5)^2 + 8$

$y_2 = -0{,}25 * (x^2 - 10x + 25) + 8$

$\mathbf{y_2 = -0{,}25x^2 + 2{,}5x + 1.75}$

Wertetabelle zu p_2:

x	0	2	4	6	8	10
y	1,75	5,75	7,75	7,75	5,75	1,75



1.2

B hat die x-Koordinate x + 2

In die Funktionsgleichung von p_1 eingesetzt:

B(x + 2| -(x + 2 - 3)² + 5 = - (x- 1)² + 5 = - x² + 2x - 1 + 5)

B(x + 2| -x² + 2x + 4)

1.4

A_1 hat die Koordinaten (2,5| -(2,5 - 3)² + 5 = -0,5² + 5)

A_1(2,5|4,75)

B_1 hat die Koordinaten (2,5 + 2| -(2,5 + 2 - 3)² + 5 = -2,25 + 5)

$B_1(4,5|2,75)$

$$\tan \beta = \frac{B_1E}{AE} = \frac{y_{A1} - y_{B1}}{2} = \frac{4,75 - 2,75}{2} = 1 \rightarrow \beta = 45°$$

$\boldsymbol{\alpha =}$ $90° + \beta = 90° + 45° =$ $\mathbf{135°}$

1.5

$AD = 8$ LE

$AD = y_D - y_A$:

$AD = -0,25x^2 + 2,5x + 1,75 - (-x^2 + 6x - 4)$

$AD_{(x)} = 0,75x^2 - 3,5x + 5,75$ LE

$8 = 0,75x^2 - 3,5x + 5,75 \mid -8$

$0,75x^2 - 3,5x - 2,25 \mid :0,75$

$x^2 - 4,67x - 3 = 0$

p, q - Formel:

$p = -4,67$, $q = -3$

$$x_{1,2} = \frac{-(-4,67)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-4,67}{2}\right)^2 - (-3)} = 2,335 \pm \sqrt{8,45}$$

$x_{1,2} = 2,335 \pm 2,91$

$\mathbf{x_1 = 5,23}$

$\mathbf{x_2 = -0,58}$

1.6

Scheitelpunkt von $AD(x) = 0,75x^2 - 3,5x + 5,75$ bestimmen:

$AD_{(x)} = 0,75x^2 - 3,5x + 5,75 \mid :0,75$

$$\frac{AD}{0,75} = x^2 - 4,67x + 7,67$$

$$\frac{AD}{0,75} = (x - 2,335)^2 - 5,45 + 7,67$$

$$\frac{AD}{0,75} = (x - 2,335)^2 + 2,22 \quad | \ *0,75$$

$AD_{(x)} = 0,75(x - 2,335)^2 + 1,67$

An der Stelle x = 2,335 ist **$A_0D_0 = 1,67$ LE**

Die Höhe des Trapezes ist $x_B - x_A = 2$ LE und eine parallele Seite BC = 8 LE bleiben gleich, nur AD ändert sich. --> wenn AD minimal, dann ist auch A minimal.