Prüfungsaufgaben Aufgabe 59

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2005
an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik I **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 2**

A 2.0 Die Strecke [AD] mit $A(5|2,5)$ und $D(-1|-5,5)$ ist die gemeinsame Grundseite von gleichschenkligen Trapezen AB_nC_nD mit den Schenkeln $[AB_n]$ und $[DC_n]$. Die Eckpunkte $B_n(x|\frac{1}{2}x+5)$ liegen auf der Geraden g mit der Gleichung $y=\frac{1}{2}x+5$ mit $\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$. Dabei gilt: $x\in]-4;11[$

A 2.1 Zeichnen Sie die Gerade g, die Trapeze AB_1C_1D für $x=-0,5$ und AB_2C_2D für $x=3$ und die Symmetrieachse s der Trapeze in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-7\leqq x\leqq 6$; $-7\leqq y\leqq 8$ — 2 P

A 2.2 Bestimmen Sie durch Rechnung die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Ergebnis: $C_n(-0,20x-4,80|-1,10x-1,40)$] — 5 P

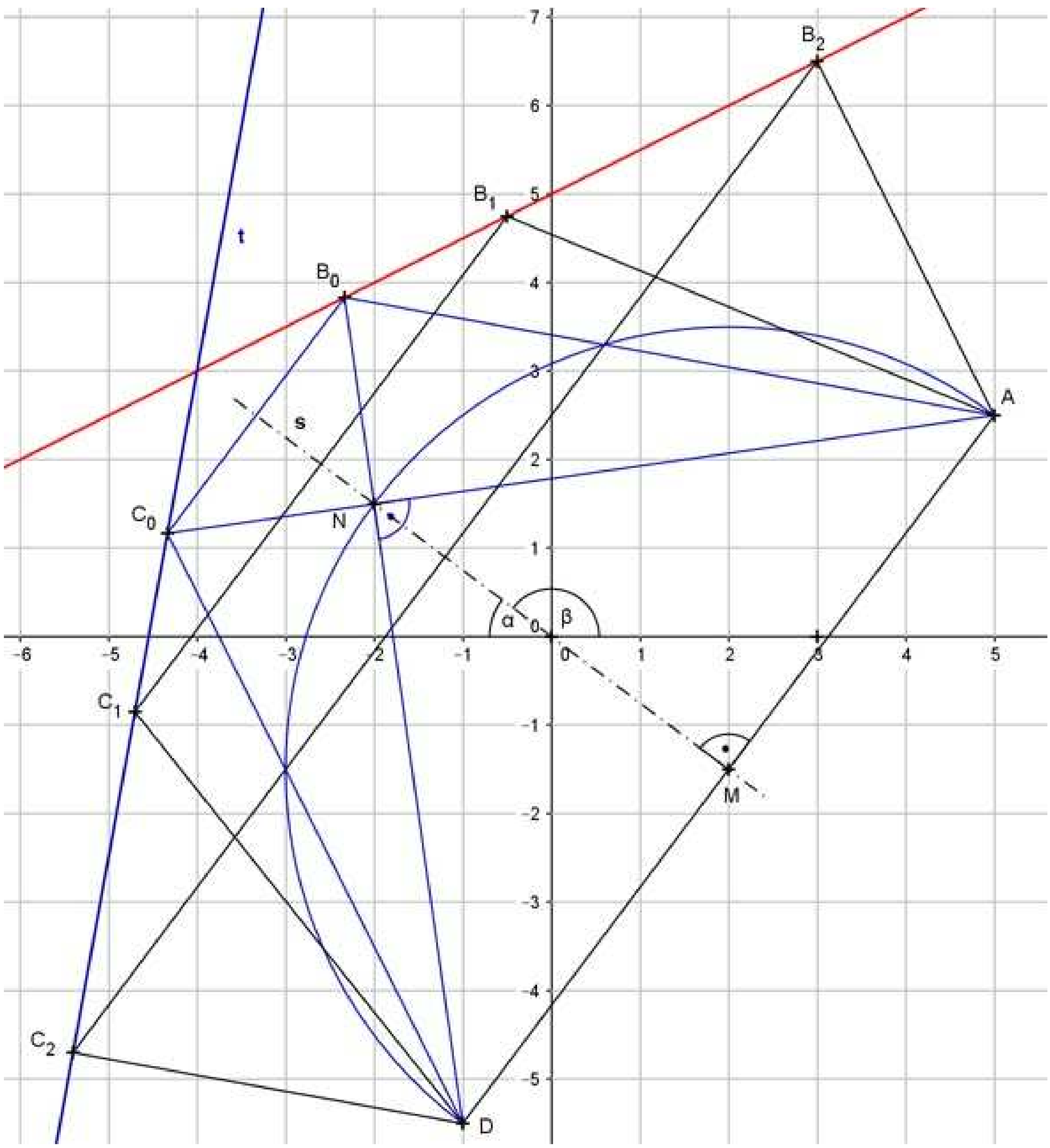
A 2.3 Ermitteln Sie die Gleichung des Trägergraphen t der Punkte C_n. — 2 P

A 2.4 Man erhält nur für $x\in]-4;11[$ Trapeze AB_nC_nD.
Bestätigen Sie durch Rechnung die obere Intervallgrenze. — 2 P

A 2.5 Unter den Trapezen AB_nC_nD gibt es das Trapez AB_3C_3D, dessen Schenkel $[DC_3]$ parallel zur x-Achse liegt.
Bestimmen Sie durch Rechnung die x-Koordinate des Punktes C_3. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) — 2 P

A 2.6 Konstruieren Sie in das Koordinatensystem zu 2.1 das Trapez AB_0C_0D, dessen Diagonalen senkrecht aufeinander stehen.
Berechnen Sie sodann die x-Koordinate des Punktes B_0 des Trapezes AB_0C_0D. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) — 4 P

2.0, 2.1, 2.6



2.2

Steigung der Geraden, auf der AD liegt:

$$m_{AD} = \frac{y_A - y_D}{x_A - x_D} = \frac{2{,}5 - (-5{,}5)}{5 - (-1)} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} = \tan\alpha \;\text{-->}\; \alpha = 53{,}13°$$

entspricht der Steigung von BC.

Gleichung der Geraden dazu, Punktkoordinaten von A eingesetzt:

$$2{,}5 = \frac{4}{3} * 5 + b \quad | - \frac{20}{3}$$

$$b = \frac{7{,}5}{3} - \frac{20}{3} = - \frac{12{,}5}{3}$$

$$y_{AD} = \frac{4}{3} * x - \frac{12{,}5}{3}$$

Eine Senkrechte dazu hat die Steigung:

$$m_S = - \frac{1}{m_{AD}} = - \frac{1}{\frac{4}{3}} = - 0{,}75 \;\; \text{->} \tan \alpha = - 0{,}75 \;\text{-->}\; - 36{,}87°$$

$$\beta = 180° - \alpha = 180° - 36{,}87° = 143{,}13°$$

Koordinaten von M auf der Senkrechten:

$$y_M = \frac{yA + yD}{2} = \frac{2{,}5 - 5{,}5}{2} = - 1{,}5$$

$$x_M = \frac{x_A + x_D}{2} = \frac{5 - 1}{2} = 2$$

M(2|- 1,5)

Gleichung der Senkrechten durch M, Punktkoordinaten von M eingesetzt:

$$- 1{,}5 = - 0{,}75 * 2 + b \quad | + 1{,}5$$

$$b = 0$$

$y_S = - 0{,}75 * x$ --> M liegt auf der Senkrechten zu AD, die durch (0|0) geht.

C entsteht durch Spiegelung von B an der Senkrechten (Ursprungsgerade) durch M.

$$2\beta = 286{,}26°$$

$$\begin{bmatrix} x_C \\ y_C \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} \cos 2\beta & \sin 2\beta \\ \sin 2\beta & -\cos 2\beta \end{vmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ 0{,}5x+5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}28 & -0{,}96 \\ -0{,}96 & -0{,}28 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ 0{,}5x+5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_C \\ y_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,28* x - 0,96 * (0,5x + 5) \\ -0,96*(x)-0,28*(0,5x+5) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,2x & - 4,8 \\ - 1,1x & - 1,4 \end{bmatrix}$$

C(-0,2x - 4,8| - 1,1x - 1,4)

2.3

Die x'-Koordinate des Trägergraphen t entspricht der x-Koordinate von C.

x' = - 0,2x - 4,8 |+4,8

x' + 4,8 = -0,2x | :(-0,2)

- 5x' - 24 = x

In die y-Koordinate von C eingesetzt:

y' = - 1,1 * (-5x' - 24) - 1,4 = **5,5x' + 25**

2.4

Die obere Grenze ist der Schnittpunkt von y_{AD} mit g:

$$\frac{4}{3} * x - \frac{12,5}{3} = 0,5x + 5 \mid *3$$

4x - 12,5 = 1,5x + 15 | -1,5x

2,5x - 12,5 = 15 | +12,5

2,5x = 27,5 | 2,5

x = 11

2.5

Parallel zur x-Achse bedeutet $y_C = y_D = - 5,5$

-5,5 = 5,5x + 25 |- 25

- 30,5 = 5,5x | :5,5

x = - 5,55

2.6

AD steht senkrecht auf BC. Thaleskreis über AD und Schnittpunkt der beiden Diagonalen in N.

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = \begin{bmatrix} -0{,}2x - 4{,}8 \\ -1{,}1x - 1{,}4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 \\ 2{,}5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0{,}2x - 9{,}8 \\ -1{,}1x - 3{,}9 \end{bmatrix}$

$\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OD} = \begin{bmatrix} x \\ 0{,}5x + 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 \\ -5{,}5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + 1 \\ 0{,}5x + 10{,}5 \end{bmatrix}$

Skalarprodukt:

$\overrightarrow{DB} * \overrightarrow{AC} = 0$

$\begin{bmatrix} x + 1 \\ 0{,}5x + 10{,}5 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -0{,}2x - 9{,}8 \\ -1{,}1x - 3{,}9 \end{bmatrix} = 0$

$(x + 1) * (-0{,}2x - 9{,}8) + (0{,}5x + 10{,}5) * (-1{,}1x - 3{,}9) = 0$

$-0{,}2x^2 - 10x - 9{,}8 - 0{,}55x^2 - 13{,}5x - 40{,}95 = 0$

$-0{,}75x^2 - 23{,}5x - 50{,}75 = 0 \mid :(-0{,}75)$

$x^2 + 31{,}37x + 67{,}67 = 0$

p, q - Formel:

$p = 31{,}37,\ q = 67{,}67$

$$x_{1,2} = -\frac{31{,}37}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{31{,}37}{2}\right)^2 - 67{,}67} = -15{,}67 \pm \sqrt{177{,}88}$$

$x_{1,2} = -15{,}67 \pm 13{,}34$

$x_1 = -2{,}33$ oder ($x_2 = -29{,}01$)