Prüfungsaufgaben Aufgabe 61

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2005** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik I | **Aufgabengruppe B** | **Aufgabe B 1**

B 1.0 Der Computerwissenschaftler Gordon Moore sagte voraus, dass sich die Speicherdichte (Einheit: Kilobyte pro cm^2) von Festplatten und anderen Speichermedien alle 1,5 Jahre verdoppeln wird. Anfang des Jahres 1970 betrug die Speicherdichte $\frac{1}{8}\frac{kB}{cm^2}$. Das sogenannte Moore'sche Gesetz kann durch die Funktion f mit der Gleichung $y = \frac{1}{8} \cdot 2^{\frac{x}{1,5}}$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ dargestellt werden. Dabei steht x für die Anzahl der seit Anfang 1970 vergangenen Jahre und y für die erreichte Speicherdichte in der Einheit $\frac{kB}{cm^2}$.

B 1.1 Tabellarisieren Sie die Funktion f für $x \in [0; 30]$ in Schritten von $\Delta x = 5$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet und zeichnen Sie den Graphen zu f in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Auf der x-Achse: 2 cm für 5 Jahre; $0 \leqq x \leqq 35$
Auf der y-Achse: 1 cm für $10000 \frac{kB}{cm^2}$; $0 \leqq y \leqq 140000$ 2 P

B 1.2 Auf einer 3,5-Zoll Diskette kann eine Datenmenge von 1440 kB gespeichert werden. Die Diskette enthält einen Kreisring mit dem Außendurchmesser 8,6 cm und dem Innendurchmesser 3 cm, auf dem die Daten beidseitig gespeichert werden.
Berechnen Sie die Speicherdichte $y_{Diskette}$ der Diskette in der Einheit $\frac{kB}{cm^2}$. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
Ermitteln Sie sodann, welches Jahr Moore für die Entwicklung einer solchen Diskette vorausgesagt hatte.
[Teilergebnis: $y_{Diskette} = 14,11$] 4 P

B 1.3 Eine Weiterentwicklung von Disketten ermöglichte eine Speicherdichte von $20000 \frac{kB}{cm^2}$.
Bestimmen Sie mit Hilfe des Graphen zu 1.1, in welchem Jahr ein Speichermedium mit dieser Speicherdichte verwirklicht werden konnte. 2 P

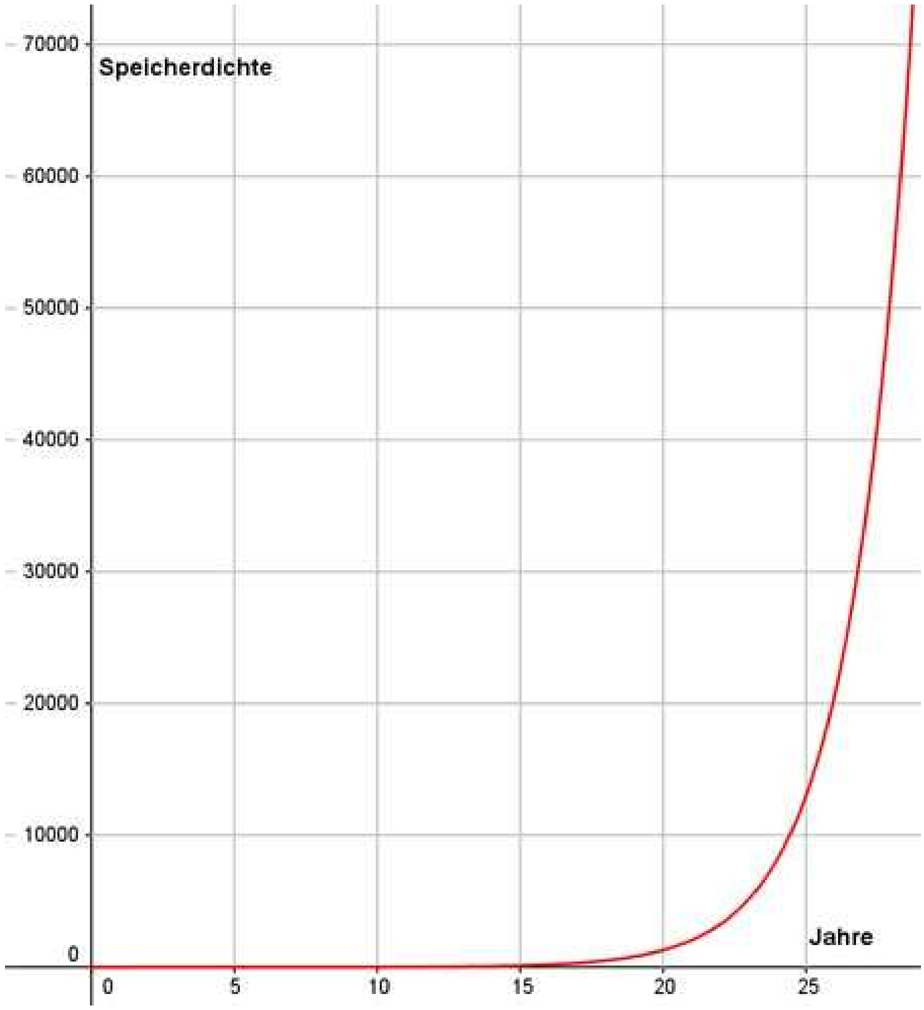
B 1.4 Im Vergleich mit einer CD kann auf einer handelsüblichen und flächengleichen DVD die 6,7fache Datenmenge gespeichert werden.
Berechnen Sie auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet, wie viele Jahre gemäß dem Moore'schen Gesetz zwischen der Einführung der CD und der DVD lagen. 4 P

B 1.5 Im Jahr 1999 konnte eine Speicherdichte von $1 \cdot 10^6 \frac{kB}{cm^2}$ verwirklicht werden.
Berechnen Sie auf Ganze gerundet, um welchen Faktor diese Speicherdichte über dem von Moore vorausgesagten Wert liegt. 3 P

1.1

Wertetabelle zu f:

x	0	5	10	15	20	25	30
y	0,13	1,26	12,7	128	1290,16	13003,99	131072



1.2

$r_{außen}$ = 8,6 cm/2 = 4,3 cm

r_{innen} = 3 cm/2 = 1,5 cm

$A_{Diskette}$ = 2 * π * ($r_{außen}^2$ - r_{innen}^2)

$A_{Diskette}$ = 2 * π * (4,3² cm² - 1,5² cm²) = 101,99 cm²

$$y_{Diskette} = \frac{1\,440 \text{ kB}}{101{,}99 \text{ cm}^2} = 14{,}12 \frac{\text{kB}}{\text{cm}^2}$$

$14{,}12 = 0{,}125 * 2^{\frac{x}{1,5}}$ | :0,125

$112{,}96 = 2^{\frac{x}{1,5}}$ |lg

$\lg 112{,}96 = \lg * 2^{\frac{x}{1,5}}$

$\lg 112{,}96 = \frac{x}{1{,}5} * \lg 2$ | *1,5

$1{,}5 * \lg 112{,}96 = x * \lg 2$ | :lg 2

$x = \frac{1{,}5 * \lg 112{,}96}{\lg 2} = 10{,}23$ --> **Er hat das Jahr 1980 vorausgesagt.**

1.3

Abgelesen: **im Jahr 1995.**

Berechnet:

$20\,000 = 0{,}125 * 2^{\frac{x}{1,5}}$ |:0,125

$160\,000 = 2^{\frac{x}{1,5}}$ |lg

$\lg 160\,000 = \lg * 2^{\frac{x}{1,5}}$

$\lg 160\,000 = \frac{x}{1{,}5} * \lg 2$ | *1,5

$1{,}5 * \lg 160\,000 = x * \lg 2$ | :lg 2

$x = \frac{1{,}5 * \lg 160\,000}{\lg 2} = 25{,}9$ Jahre --> $1970 + 25{,}9 = 1995.9$

--> **im Jahr 1995**

1.4

$6{,}7 = 2^{\frac{x}{1,5}}$ |lg

$\lg 6{,}7 = \lg 2^{\frac{x}{1,5}}$

$$\lg 6{,}7 = \frac{x}{1{,}5} * \lg 2 \quad | *1{,}5$$

$$1{,}5 * \lg 6{,}7 \; 0 \; x * \lg 2 \quad | :\lg 2$$

$$\mathbf{x =} \frac{1{,}5 * \lg 6{,}7}{\lg 2} = \mathbf{4{,}1\ Jahre}$$

1.5

x = 1999 - 1970 = 29 Jahre

$$y = 0{,}125 * 2^{\frac{29}{1{,}5}} = 82\,570\ kB/cm^2$$

$$\mathbf{Faktor =} \frac{1\,000\,000\ kB/cm^2}{82\,570\ kB/cm^2} = \mathbf{12{,}1}$$