Prüfungsaufgaben Aufgabe 63

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2005** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik I **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 3**

B 3.0 Das Rechteck ABCD mit $\overline{AB} = 9\text{ cm}$ und $\overline{AD} = 10\text{ cm}$ ist die Grundfläche einer Pyramide ABCDS. Der Punkt E ist der Mittelpunkt der Grundkante [AD] und der Punkt F der Mittelpunkt der Grundkante [BC]. Die Spitze S liegt senkrecht über dem Punkt $P \in [EF]$ mit $\overline{EP} = 3\text{ cm}$, wobei $\overline{FS} = 12\text{ cm}$ beträgt.

B 3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei [EF] auf der Schrägbildachse liegen soll.
Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$ 2 P

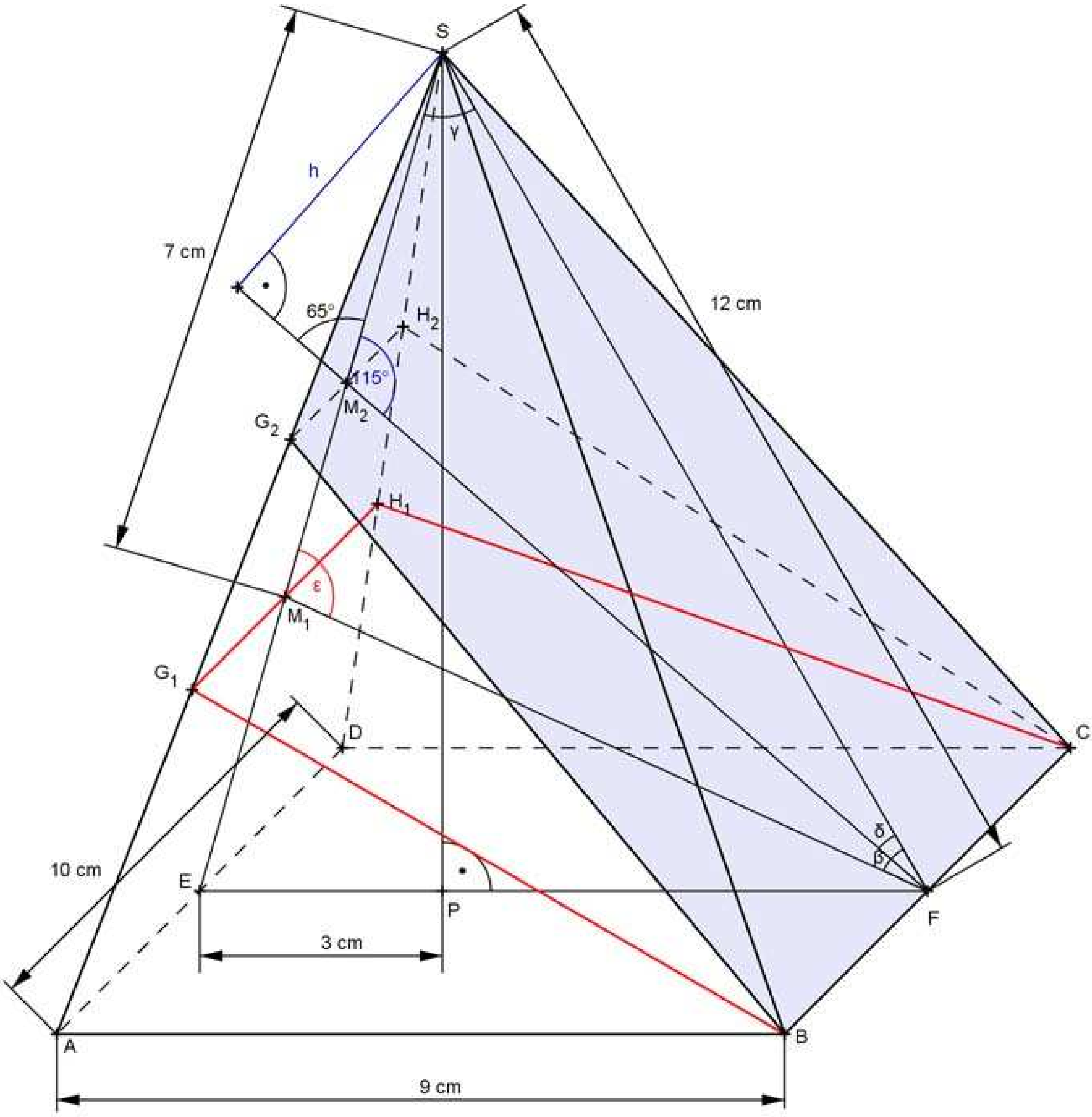
B 3.2 Berechnen Sie die Länge der Strecke [ES] sowie das Maß γ des Winkels ESF. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Ergebnis: $\overline{ES} = 10,82\text{ cm}$; $\gamma = 46,10°$] 3 P

B 3.3 Die Punkte $G_n \in [AS]$ und $H_n \in [DS]$ legen mit den Punkten B und C gleichschenklige Trapeze BCH_nG_n fest. Der Mittelpunkt M_n der Trapezseite $[G_nH_n]$ befindet sich auf der Strecke [SE].
Zeichnen Sie das Trapez BCH_1G_1 für $\overline{SM_1} = 7\text{ cm}$ in das Schrägbild zu 3.1 ein. 1 P

B 3.4 Die Winkel FM_nS haben das Maß ε und es gilt: $\varepsilon \in [73,90°; 133,90°[$.
Berechnen Sie die Länge der Strecke $[M_nS]$ in Abhängigkeit vom Maß ε der Winkel FM_nS und ermitteln Sie sodann das Maß ε für $\overline{M_1S} = 7\text{ cm}$. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Teilergebnis: $\overline{M_nS}(\varepsilon) = \frac{12 \cdot \sin(\varepsilon + 46,10°)}{\sin \varepsilon}\text{ cm}$] 4 P

B 3.5 Zeichnen Sie das Trapez BCH_2G_2 für $\varepsilon = 115°$ in das Schrägbild zu 3.1 ein.
Das Trapez BCH_2G_2 ist die Grundfläche der Pyramide BCH_2G_2S mit der Spitze S und der Pyramidenhöhe h.
Zeichnen Sie die Pyramidenhöhe h in das Schrägbild zu 3.1 ein und ermitteln Sie sodann durch Rechnung das Volumen der Pyramide BCH_2G_2S. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 5 P

3.0, 3.1, 3.3, 3.4



3.2

Satz von Pythagoras im Dreieck PFS:

$PF = EF - EP = 9\ cm - 3\ cm = 6\ cm$

$FS^2 = PF^2 + PS^2 \ | -PF^2$

$PS^2 = FS^2 - PF^2$

$PS^2 = 12^2\ cm^2 - 6^2\ cm^2 = 108\ cm^2 \ |\sqrt{\ }$

$PS = 10{,}39\ cm$

Satz von Pythagoras im Dreieck EPS:

$ES^2 = EP^2 + PS^2$

$ES^2 = 3^2\ cm^2 + 10{,}39^2\ cm^2 = 117\ cm^2 \ |\sqrt{\ }$

ES = 10,82 cm

Kosinussatz im Dreieck EFS:

$EF^2 = ES^2 + FS^2 - 2 * ES * FS * \cos\gamma$

$9^2 = 10{,}82^2 + 12^2 - 2 * 10{,}82 * 12 * \cos\gamma$

$81 = 261 - 259{,}68 * \cos\gamma$ | -261

$-180 = -259{,}68 * \cos\gamma$ | :(- 259,68)

$\cos\gamma = 0{,}6932$ --> **$\gamma = 46{,}12°$**

3.4

Sinussatz:

$\beta = 180° - (\varepsilon + \gamma) = 180° - (\varepsilon + 46{,}12°)$

$\sin\beta = \sin((180° - (\varepsilon + 46{,}12°)) = \sin(\varepsilon + 46{,}12°)$

$$\frac{MS_{(\varepsilon)}}{\sin\beta} = \frac{FS}{\sin\varepsilon} \quad | * \sin\beta$$

$$\mathbf{MS_{(\varepsilon)}} = \frac{FS * \sin(\varepsilon + 46{,}12°)}{\sin\varepsilon} = \mathbf{\frac{12 * \sin(\varepsilon + 46{,}12°)}{\sin\varepsilon}}$$

$$7 = \frac{12 * \sin(\varepsilon + 46{,}12°)}{\sin\varepsilon} \quad | * \sin\varepsilon$$

$7 * \sin\varepsilon = 12 * \sin(\varepsilon + 46{,}12°)$ | :12

$0{,}58 * \sin\varepsilon = \sin\varepsilon * \cos 46{,}12° + \cos\varepsilon * \sin 46{,}12°$

$0{,}58 * \sin\varepsilon = \sin\varepsilon * 0{,}6932 + \cos\varepsilon * 0{,}7208$ | $-0{,}58 * \sin\varepsilon$

$0 = 0{,}1132 * \sin\varepsilon + \cos\varepsilon * 0{,}7208$ | :cos ε

$0 = 0{,}1132 * \tan\varepsilon + 0{,}7208$ | - 0,7208

$-0{,}7208 = 0{,}1132 * \tan\varepsilon$ | :0,1132

$\tan\varepsilon = -6{,}3675$ --> **ε =** $(-81{,}07°)$ oder $180° - 81{,}07° =$ **98,93°**

3.5

Sinussatz im Dreieck FM_2S:

$$\frac{FS}{\sin 115°} = \frac{FM_2}{\sin \gamma} \quad | \cdot \sin \gamma$$

$$FM_2 = \frac{FS \cdot \sin \gamma}{\sin 115°} = \frac{12\text{ cm} \cdot \sin 46{,}12°}{\sin 115°} = 9{,}54\text{ cm}$$

$$\delta = 180° - 115° - \gamma = 180° - 115° - 46{,}12° = 18{,}88°$$

$$\frac{M_2S}{\sin \delta} = \frac{FS}{\sin 115°} \quad | \cdot \sin \delta$$

$$M_2S = \frac{FS \cdot \sin \delta}{\sin 115°} = \frac{12\text{ cm} \cdot \sin 18{,}88°}{\sin 115°} = 4{,}28\text{ cm}$$

Im Dreieck NM_2S gilt:

$$\sin 65° = \frac{h}{M_2S} \quad | \cdot M_2S$$

$$h = M_2S \cdot \sin 65° = 4{,}28\text{ cm} \cdot \sin 65° = 3{,}88\text{ cm}$$

Strahlensatz:

$$\frac{G_2H_2}{AD} = \frac{M_2S}{ES} \quad | \cdot AD$$

$$G_2H_2 = \frac{M_2S \cdot AD}{ES} = \frac{4{,}28\text{ cm} \cdot 10\text{ cm}}{10{,}82\text{ cm}} = 3{,}96\text{ cm}$$

$$V = \frac{\frac{BC + G_2H_2}{2}}{3} \cdot FM_2 \cdot h = \frac{(BC + G_2H_2) \cdot FM_2 \cdot h}{6}$$

$$\mathbf{V} = \frac{(10\text{ cm} + 3{,}96\text{ cm}) \cdot 9{,}54\text{ cm} \cdot 3{,}88\text{ cm}}{6} = \mathbf{86{,}12\text{ cm}^3}$$