Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2005** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik II **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 1**

A 1.0 Die Gerade g hat die Gleichung $y = \frac{1}{2}x - 1$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Die Punkte $P(0|-1)$ und $Q(5,5|1,75)$ sind die Schnittpunkte der Geraden g mit einer nach unten geöffneten Normalparabel p.

A 1.1 Ermitteln Sie rechnerisch die Gleichung der Parabel p sowie die Koordinaten des Scheitelpunktes S.
Zeichnen Sie sodann die Parabel p und die Gerade g in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-6 \leqq x \leqq 7$; $-3 \leqq y \leqq 11$
[Teilergebnis: p: $y = -x^2 + 6x - 1$] 5 P

A 1.2 Punkte $A_n\left(x \middle| \frac{1}{2}x - 1\right)$ auf der Geraden g und Punkte $B_n\left(x \middle| -x^2 + 6x - 1\right)$ auf der Parabel p mit $0 < x < 5,5 \; (x \in \mathbb{R})$ haben jeweils dieselbe Abszisse x und sind zusammen mit Punkten C_n die Eckpunkte von Dreiecken $A_nB_nC_n$. Die Winkel $C_nB_nA_n$ besitzen stets das Maß $\beta = 120°$ und für die Seiten $[B_nC_n]$ gilt: $\overline{B_nC_n} = 6$ LE.
Zeichnen Sie die Dreiecke $A_1B_1C_1$ für $x = 0,5$ und $A_2B_2C_2$ für $x = 4$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

A 1.3 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für alle Vektoren $\overrightarrow{B_nC_n}$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet gilt: $\overrightarrow{B_nC_n} = \begin{pmatrix} -5,20 \\ 3 \end{pmatrix}$.
Berechnen Sie sodann die Koordinaten des Punktes C_3 des Dreiecks $A_3B_3C_3$ für $x = 1,5$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 3 P

A 1.4 Berechnen Sie auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet den Flächeninhalt A der Dreiecke $A_nB_nC_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n.
Überprüfen Sie sodann, ob es unter den Dreiecken $A_nB_nC_n$ ein Dreieck mit einem Flächeninhalt von 22 FE gibt.
[Teilergebnis: $A(x) = 2,60 \cdot (-x^2 + 5,5x)$ FE] 4 P

A 1.5 Unter den Dreiecken $A_nB_nC_n$ gibt es die Dreiecke $A_4B_4C_4$ und $A_5B_5C_5$, in denen die Winkel $A_4C_4B_4$ und $A_5C_5B_5$ jeweils das Maß $\gamma = 25°$ haben.
Berechnen Sie die Länge der Seiten $[A_4B_4]$ bzw. $[A_5B_5]$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 2 P

1.0, 1.1, 1.2

Nach unten geöffnete Normalparabel bedeutet, der Koeffizient von x² ist -1.

Punktkoordinaten von P und Q in die Funktionsgleichung der Form
$y = -x^2 + bx + c$ eingesetzt:

$- 1 = - 0^2 + b * 0 + c$

$c = - 1$

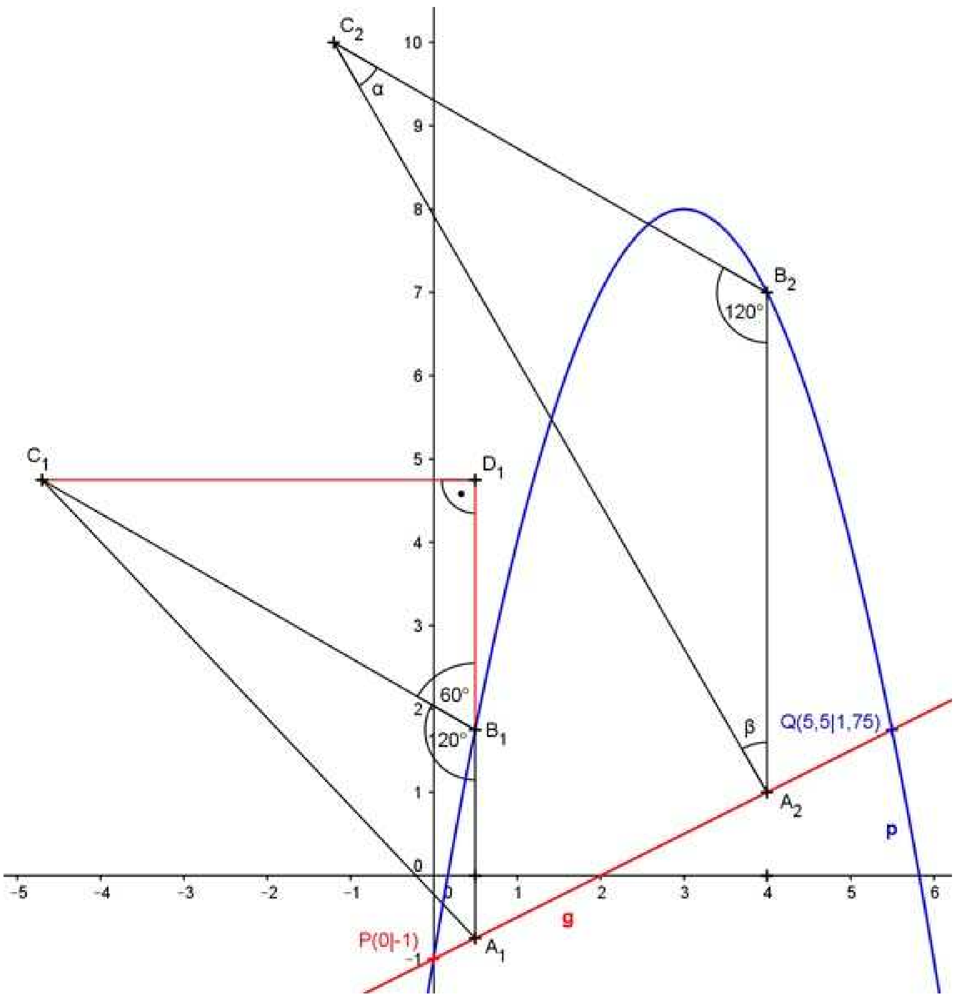
$1{,}75 = - (5{,}5^2) + b * 5{,}5 - 1 \mid +1$

$2{,}75 = - 30{,}25 + b * 5{,}5 \mid +30{,}25$

$33 = b * 5{,}5 \mid :5{,}5$

$b = 6$

$y = - x^2 + 6x - 1$



1.3

Im beliebigen Dreieck CBD gilt:

$$\sin 60° = \frac{CD}{BC} \quad | * BC$$

$DC = -\sin 60° * BC = -\sin 60° * 6\ LE = -5{,}2 =$ x-Koordinate von $\overrightarrow{BC}$

$$\cos 60° = \frac{BD}{BC} \quad | *BC$$

$BD = BC * \cos 60° = 6\ LE * 0{,}5 = 3 =$ y-Koordinate von $\overrightarrow{BC}$

$$\mathbf{\overrightarrow{BC} = \begin{bmatrix} -5{,}2 \\ 3 \end{bmatrix}}$$

OB $(1{,}5 | -1{,}5^2 + 6 * 1{,}5 - 1) = (1{,}5 | 5{,}75)$

$$\overrightarrow{OC_3} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC} = \begin{bmatrix} 1{,}5 \\ 5{,}75 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5{,}2 \\ 3 \end{bmatrix} = \mathbf{\begin{bmatrix} -3{,}7 \\ 8{,}75 \end{bmatrix}}$$

1.4

Berechnung mit einer Determinante und den Vektoren BC und BA:

$$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \begin{bmatrix} x \\ 0{,}5\,x - 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x \\ -x^2 + 6x - 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ x^2 - 5{,}5x \end{bmatrix}$$

$$A_{(x)} = 0{,}5 * \begin{vmatrix} -5{,}2 & 0 \\ 3 & x^2 - 5{,}5x \end{vmatrix} = 0{,}5 * (-5{,}2 * (x^2 - 5{,}5x))$$

$$\mathbf{A_{(x)} = -2{,}6 * (x^2 - 5{,}5x)\ FE}$$

$22 = -2{,}6 * (x^2 - 5{,}5x) \quad |:(-2{,}6)$

$-8{,}46 = x^2 - 5{,}5x \quad | +8{,}46$

$x^2 - 5{,}5x + 8{,}46 = 0$

p, q - Formel:

$p = -5{,}5,\ q = 8{,}46$

$$x_{1,2} = \frac{-(-5{,}5)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-5{,}5}{2}\right)^2 - 8{,}46}$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-5{,}5)}{2} \pm \sqrt{7{,}56 - 8{,}46}$$

Der Ausdruck unter der Wurzel ist negativ, deswegen existieren keine rellen Lösungen.

1.5

Wenn $\alpha = 25°$, dann ist $\beta = 180° - 120° - 25° = 35°$

Sinussatz im Dreieck ABC:

$$\frac{BC}{\sin\beta} = \frac{A_3B_3}{\sin\alpha} \quad | \cdot \sin\alpha$$

$$\mathbf{A_3B_3 =} \frac{BC \cdot \sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{6 \cdot \sin 25°}{\sin 35°} = \mathbf{4{,}42\ LE}$$