Prüfungsdauer: **150 Minuten**

Abschlussprüfung 2005
an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik II **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 3**

A 3.0 Gegeben ist das gleichschenklige Dreieck ABC mit der Basislänge $\overline{AB} = 3\text{ cm}$ und dem Winkel ACB mit dem Maß 40°.

A 3.1 Zeichnen Sie das Dreieck ABC und seinen Inkreis mit dem Mittelpunkt M im Maßstab 3 : 1. 2 P

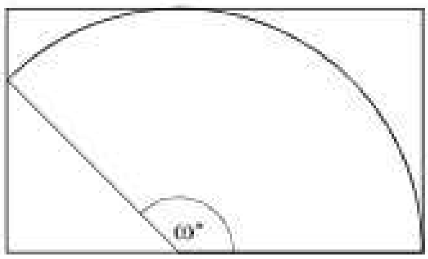
A 3.2 Der Punkt D ist der Mittelpunkt der Basis [AB].
Berechnen Sie auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet die Höhe [DC], die Länge der Seite [AC] und den Inkreisradius r_i.
[Ergebnisse: $\overline{DC} = 4{,}12\text{ cm}$; $\overline{AC} = 4{,}39\text{ cm}$; $r_i = 1{,}05\text{ cm}$] 3 P

A 3.3 Das gleichschenklige Dreieck ABC ist der Axialschnitt eines Kegels, der die Grundform einer neuen Pralinensorte beschreibt. Im Inneren der Praline befindet sich eine Knusperkugel. Im Axialschnitt fällt der Mittelpunkt der Knusperkugel mit dem Inkreismittelpunkt M des Dreiecks ABC zusammen.
Der Radius r_K der Knusperkugel ist um 1,5 mm kleiner als der Inkreisradius r_i.
Berechnen Sie den prozentualen Anteil des Volumens der Knusperkugel am Gesamtvolumen der Praline. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 4 P

A 3.4 Die Punkte $P \in [AC]$ und $Q \in [BC]$ sind jeweils 1,5 cm von der Pralinenspitze C entfernt.
Ergänzen Sie die Zeichnung in 3.1 durch das Dreieck PQC und berechnen Sie die Länge der Strecke [PQ] auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnis: $\overline{PQ} = 1{,}03\text{ cm}$] 2 P

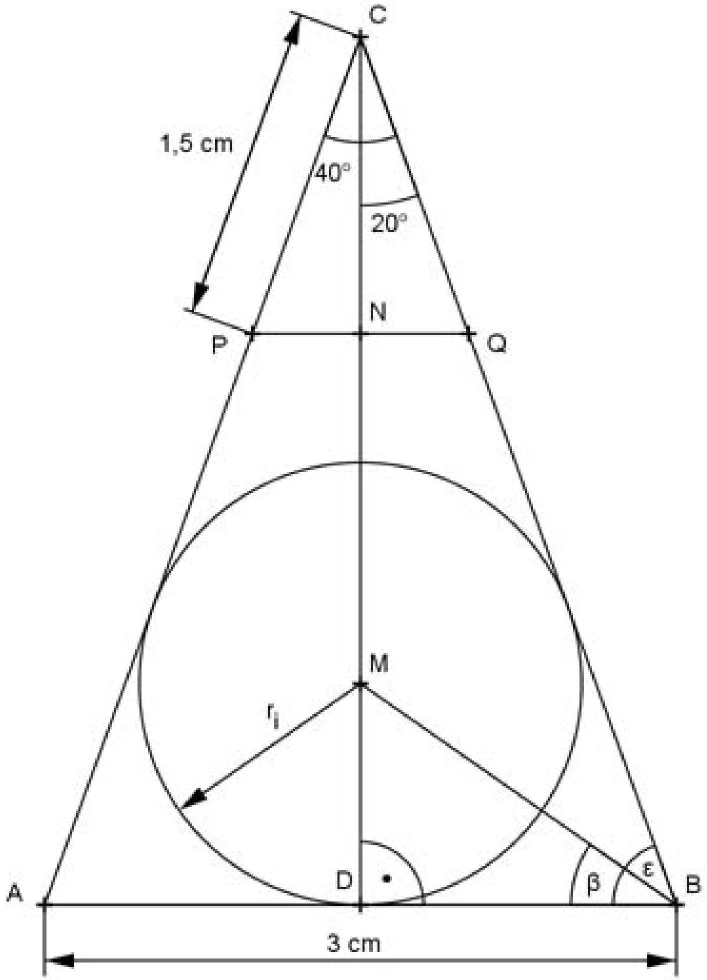
A 3.5 Der obere Teil der Praline mit dem Axialschnitt PQC soll mit einer kreissektorförmigen Goldfolie vollständig bedeckt werden.
Berechnen Sie das Mindestmaß ω des Mittelpunktswinkels dieses Kreissektors auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 1 P

A 3.6 Zum Einwickeln des oberen Teils der Praline aus 3.5 wird aus einem rechteckigen Folienstück mit einer Breite von 1,5 cm ein Kreissektor herausgeschnitten (siehe Skizze). Aus praktischen Gründen wird dafür ein Mittelpunktswinkel mit dem Maß $\omega^* = 135°$ gewählt.



Zeichnen Sie den Kreissektor und das zugehörige rechteckige Folienstück im Maßstab 3 : 1.
Berechnen Sie sodann die Länge ℓ dieses Folienstücks auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 4 P

3.1, 3.4



3.2

Im Dreieck CDB gilt:

$$\tan 20° = \frac{AB/2}{CD} \quad | \cdot CD$$

CD * tan 20° = AB/2 | :tan 20°

$$\mathbf{CD} = \frac{AB/2}{\tan 20°} = \frac{3\text{ cm}/2}{\tan 20°} = \mathbf{4{,}12\text{ cm}}$$

$$\sin 20° = \frac{AB/2}{BC} \quad | \cdot BC$$

BC * sin 20° = AB/2 | :sin 20°

$$\mathbf{BC} = \frac{AB/2}{\sin 20°} = \frac{3\text{ cm}/2}{\sin 20°} = \mathbf{4{,}39\text{ cm}}$$

$$\varepsilon = \frac{180° - 40°}{2} = 70°$$

M liegt auf der Winkelhalbierenden von ε --> $\beta = \varepsilon/2 = 70°/2 = 35°$

Im Dreieck MDB gilt:

$$\tan \beta = \frac{MD}{AB/2} \quad | \; *AB/2$$

MD = **r_i =** AB/2 * tan β = 1,5 cm * tan 35° = **1,05 cm**

3.3

1,5 mm = 0,15 cm

$r_{Kugel} = r_i - 0{,}15\ cm = 1{,}05\ cm - 0{,}15\ cm = 0{,}9\ cm$

$$V_{Kugel} = \frac{4}{3} * \pi * r_{Kugel}^3 = \frac{4}{3} * \pi * 0{,}9^3\ cm^3 = 3{,}05\ cm^3$$

$$V_{Kegel} = \frac{\pi * AB/2^2}{3} * DC = \frac{\pi * 1{,}5^2 * 4{,}12}{3}\ cm^3 = 9{,}7\ cm^3$$

Verhältnisgleichung:

$9{,}7\ cm^3 : 100\% = 3{,}05\ cm^3 : x\%$

$x * 9{,}7 = 100 * 3{,}05 \quad | \; :9{,}7$

$$\mathbf{x} = \frac{100 * 3{,}05}{9{,}7} = \mathbf{31{,}44\%}$$

3.4

Im Dreieck PNC gilt:

$$\sin 20° = \frac{PN}{PC} \quad | \; *PC$$

PN = sin 20° * PC = sin 20° * 1,5 cm = 0,51 cm

PQ = 2 * PN = 2 * 0,51 cm = **1,02 cm**

3.5

QC = 1,5 cm

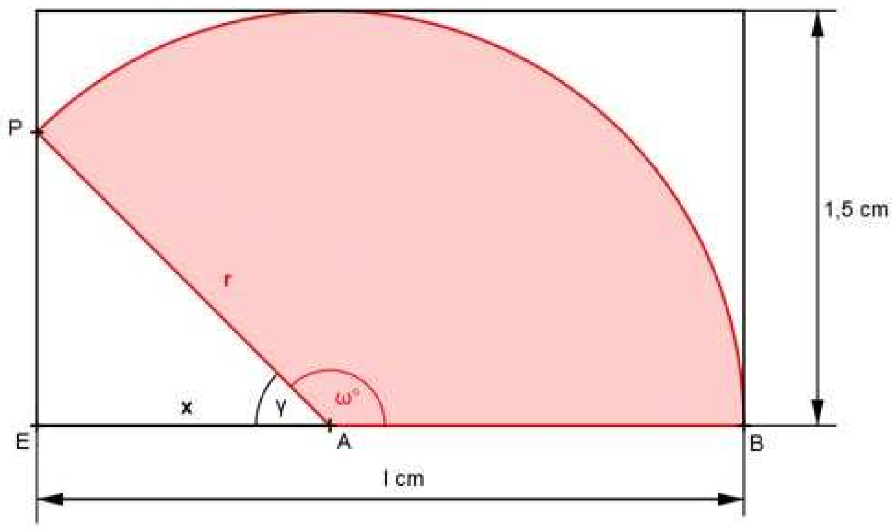
A_{Mantel} = π * PN * QC = π * 0,51 cm * 1,5 cm = 5,49 cm²

$$A_{Kreisausschnitt} = \frac{\pi * QC^2 * \omega}{360°} \quad | *360°$$

$$2{,}4 * 360 = \pi * 1{,}5^2 * \omega \quad | :\pi * 1{,}5^2$$

$$\omega = \frac{2{,}4 * 360}{\pi * 1{,}5^2} = \mathbf{122{,}29°}$$

3.6



Im Dreieck EAP gilt:

AB = AP = r = 1,5 cm

γ = 180° - ω = 180° - 135° = 45°

$$\cos \gamma = \frac{EA}{AP} \quad | *AP$$

EA = x = AP * cos γ = 1,5 cm * cos 45° = 1,06 cm

l = 1,5 cm + 1,06 cm = **2,56 cm**