Prüfungsaufgaben Aufgabe 80

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2006** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik I **Wahlteil – Haupttermin** **Aufgabe A 2**

A 2.0 Die gleichschenklig-rechtwinkligen Dreiecke AB_nC_n bilden eine Dreiecksschar mit dem gemeinsamen Punkt $A(0|0)$. Auf der Geraden g mit der Gleichung $y=-2x+6$ $(\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R})$ liegen die Mittelpunkte $M_n(x|-2x+6)$ der Hypotenusen $[AB_n]$.

A 2.1 Zeichnen Sie die Gerade g und die Dreiecke AB_1C_1 für $x=1$ und AB_2C_2 für $x=3$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-5\leqq x\leqq 7$; $-1\leqq y\leqq 9$ 2 P

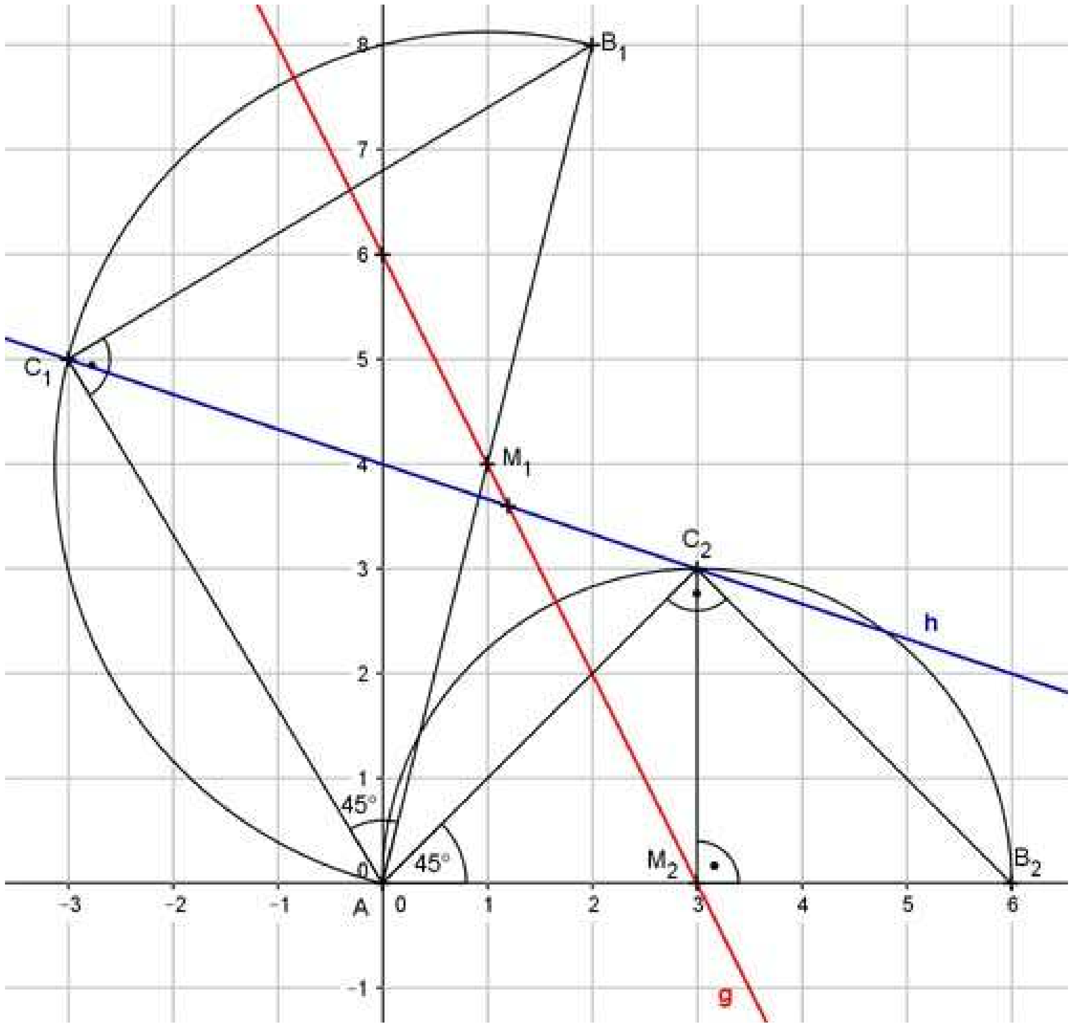
A 2.2 Stellen Sie die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte M_n dar und bestimmen Sie sodann die Gleichung des Trägergraphen h der Punkte C_n.
[Teilergebnis: $C_n(3x-6|-x+6)$] 5 P

A 2.3 Zeigen Sie, dass für den Flächeninhalt A der Dreiecke AB_nC_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte M_n gilt: $A(x)=(5x^2-24x+36)$ FE. 3 P

A 2.4 Die Dreiecke AB_3C_3 und AB_4C_4 haben jeweils einen Flächeninhalt von 36 FE.
Ermitteln Sie die Koordinaten der Punkte C_3 und C_4. 3 P

A 2.5 Unter den Dreiecken AB_nC_n gibt es das Dreieck AB_5C_5, bei dem der Punkt C_5 auf der Gerade g liegt.
Ermitteln Sie die Koordinaten des Punktes C_5 und begründen Sie, dass das Dreieck AB_5C_5 den kleinsten Flächeninhalt aller Dreiecke AB_nC_n besitzt. 4 P

2.0 - 2.1



2.2

In einem beliebigen gleichschenklig rechtwinkligen Dreieck ABC sind die Basisiwinkel = 45°.

In einem beliebigen Dreieck AMC gilt: AM = MC = Radius des Thaleskreises über AB. Das Dreieck ist gleichschenklig und rechtwinklig.

Satz von Pythagoras im Dreieck AMC:

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC}$

$AC^2 = AM^2 + MC^2 = 2 * AM^2$ |v

AC = v2 * AM

AC entsteht durch Drehung von AM um 45° und Streckung um v2.

$$\overrightarrow{AC} = \sqrt{2} * \begin{bmatrix} \cos 45° & -\sin 45° \\ \sin 45° & \cos 45° \end{bmatrix} * \overrightarrow{AM}$$

$$\overrightarrow{AC} = \sqrt{2} * \begin{bmatrix} \cos 45° & -\sin 45° \\ \sin 45° & \cos 45° \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ -2x+6 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC} = \sqrt{2} * \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ -2x+6 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ -2x+6 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC} = \begin{bmatrix} x - (-2x + 6) \\ x- 2x + 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3x - 6 \\ - x + 6 \end{bmatrix}$$

C(3x - 6| - x + 6)

Die x-Koordinate des Trägergraphen h entpricht der x-Koordinate der Punkte C.

$x' = 3x - 6 \quad |+6$

$x' + 6 = 3x \quad | :3$

$$x = \frac{x' + 6}{3}$$

In die y-Koordinate von C eingesetzt:

$$y' = -\frac{x' + 6}{3} + 6$$

$$y' = -\frac{x'}{3} - 2 + 6$$

$$\mathbf{y' = -\frac{x'}{3} + 4}$$

2.3

Berechnung mit einer Determinante mit den Vektoren $\overrightarrow{AM}$ und $\overrightarrow{AC}$:

ABC besteht aus 2 * AMC

$A = 2 * 0{,}5 * \begin{bmatrix} x & 3x-6 \\ -2x+6 & -x+6 \end{bmatrix} =$

$A = 2 * 0{,}5 * [(x *(-x + 6x) - (3x - 6) * (-2x + 6)]$

$A = (-x^2 + 6x - (-6x^2 + 30x - 36)$

$A_{(x)} = 5x^2 - 24x + 36$ FE

$36 = 5x^2 - 24x + 36 \mid -36$

$0 = 5x^2 - 24x$

$5x * (x - 4{,}8) = 0$

$x_1 = 0$

$x_2 = 4{,}8$

C_4 $(3 * 0 - 6 | -0 + 6) =$ **$(-6|6)$**

C_5 $(3 * 4{,}8 - 6 | -4{,}8 + 6) =$ **$(8{,}4|1{,}2)$**

2.5

C liegt auf g, wenn sich g und h schneiden.

$-2x + 6 = -\frac{1}{3}x + 4 \mid -4$

$-2x + 2 = -\frac{1}{3}x \mid +2x$

$2 = \frac{5}{3}x \mid :\frac{5}{3}$

$x = 1{,}2$

$y = -2 * 1{,}2 + 6 = 3{,}6$

$C_5(1{,}2|3{,}6)$

Der Flächeninhalt ist dann am kleinsten, wenn die Katheten AC und BC am kürzesten sind. Das sind sie dann, wenn AC = BC auf h senkrecht steht.

$$m_{(h)} = -\frac{1}{3}$$

$$m_{AC} = \frac{3,6}{1,2} = 3 = -\frac{1}{m_{(h)}}$$ --> **AC steht senkrecht auf h.**

Im rechtwinkligen Dreieck ABC gilt:

$$A = \frac{AC * BC}{2} = \frac{AC * AC}{2} = \frac{AC^2}{2}$$