

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2006
an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik I

Wahlteil – Nachtermin

Aufgabe C 2

C 2.0 Die Punkte $A(0|0)$ und C_n legen zusammen mit den Pfeilen $\overrightarrow{AB_n} = \begin{pmatrix} 2 \cos \alpha + 2 \\ \frac{1}{\cos \alpha} - 1 \end{pmatrix}$ für $\alpha \in [0^\circ; 180^\circ] \setminus \{90^\circ\}$ rechtwinklige Dreiecke AB_nC_n mit der Hypotenuse $[B_nC_n]$ fest. Es gilt: $\overline{AB_n} : \overline{B_nC_n} = 1 : 2$.

C 2.1 Berechnen Sie die Koordinaten der Pfeile $\overrightarrow{AB_1}$ für $\alpha = 45^\circ$ und $\overrightarrow{AB_2}$ für $\alpha = 120^\circ$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. Zeichnen Sie sodann die rechtwinkligen Dreiecke AB_1C_1 und AB_2C_2 in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-3 \leq x \leq 7$; $-6 \leq y \leq 8$

3 P

C 2.2 Ermitteln Sie die Funktionsgleichung des Trägergraphen h der Punkte B_n und bestimmen Sie die zugehörige Definitions- und Wertemenge. Zeichnen Sie sodann den Trägergraphen h in das Koordinatensystem zu 2.1 ein.

5 P

C 2.3 Der Pfeil $\overrightarrow{AB_3}$ liegt im ersten Quadranten und schließt mit der x -Achse einen Winkel mit dem Maß 35° ein. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes B_3 .

4 P

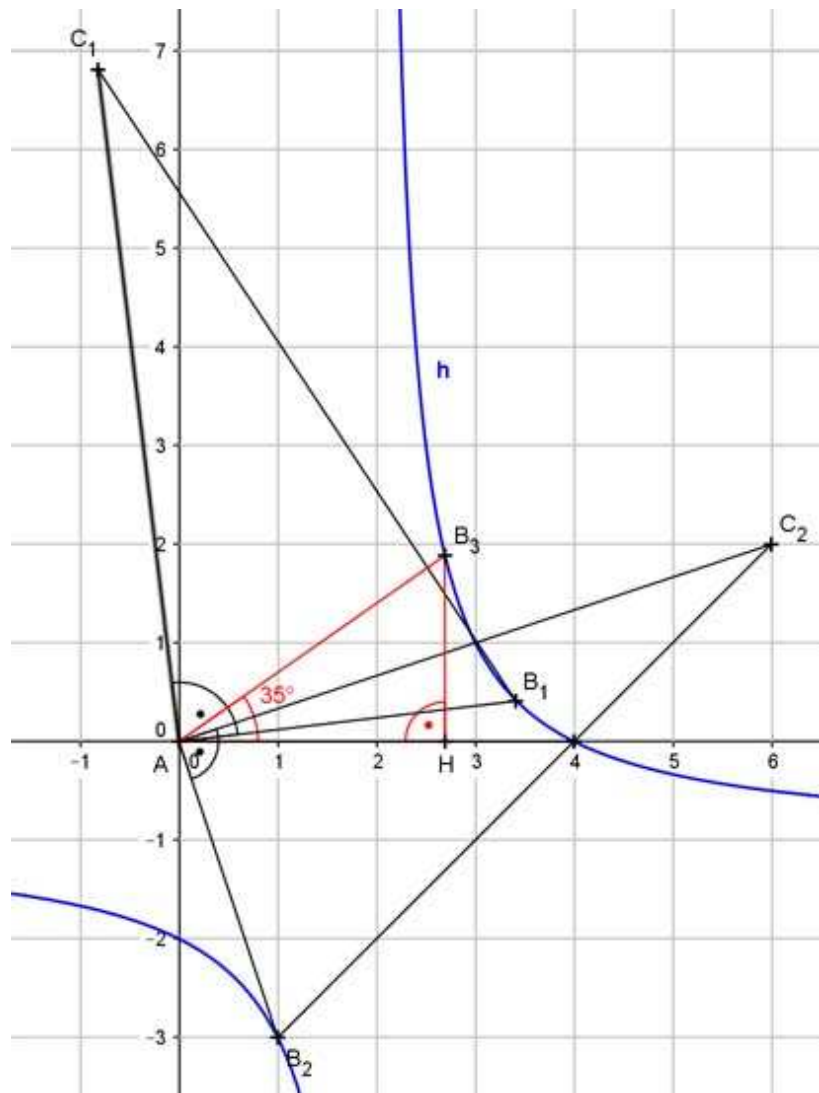
C 2.4 Zeigen Sie, dass für alle Dreiecke AB_nC_n gilt: $\overline{AC_n} = \sqrt{3} \cdot \overline{AB_n}$.

1 P

C 2.5 Stellen Sie die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von α dar.

4 P

2.0, 2.1, 2.2



2.1

$$\overrightarrow{AB_1} = \begin{pmatrix} 2 \cos 45^\circ + 2 \\ \frac{1}{\cos 45^\circ} - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3,41 \\ 0,41 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB_2} = \begin{pmatrix} 2 \cos 120^\circ + 2 \\ \frac{1}{\cos 120^\circ} - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

2.2

Die x-Koordinate der Punkte B entspricht der x'-Koordinate von h:

$$2 * \cos \alpha + 2 = x' \quad | -2$$

$$2 * \cos \alpha = x' - 2 \quad | :2$$

$$\cos \alpha = \frac{x' - 2}{2}$$

In die y-Koordinate von B eingesetzt:

$$y' = \frac{1}{x-2} - 1 = \frac{2}{x'-2} - 1$$

Definitionsmenge: $x' \neq 2$ sonst Division durch Null

Wertemenge: $y' \neq -1$, der Ausdruck $\frac{2}{x'-2}$ ist immer positiv, wenn $x > 2 \rightarrow$

y' ist immer größer als -1. Der Ausdruck ist immer negativ, wenn $x < 2 \rightarrow y'$ ist immer kleiner als -1 aber nie = 1.

2.3

Im Dreieck AHB_3 gilt:

$$\tan 35^\circ = \frac{HB_3}{AH} = \frac{\frac{2}{x-2} - 1}{x} = \frac{2 - (x-2)}{x * (x-2)} = \frac{4-x}{x^2-2x} \quad x \neq 0, 2$$

$$0,7 = \frac{4-x}{x^2-2x} \quad | * (x^2-2x)$$

$$0,7 * (x^2 - 2x) = 4 - x$$

$$0,7x^2 - 1,4x = 4 - x \quad | +x$$

$$0,7x^2 - 0,4x = 4 \quad | -4$$

$$0,7x^2 - 0,4x - 4 = 0$$

A,B,C - Formel:

$$A = 0,7, B = -0,4, C = -4$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-0,4) \pm \sqrt{(-0,4)^2 - (4 * 0,7 * (-4))}}{2 * 0,7} = \frac{0,4 \pm \sqrt{11,36}}{1,4}$$

$$x_{1,2} = \frac{0,4 \pm 3,37}{1,4}$$

$$x_1 = 2,69$$

$x_2 = -2,12$ liegt nicht im 1. Quadranten

$$B(2,69 | \frac{2}{2,69 - 2} - 1 = 1,9)$$

B(2,69|1,9)

2.4

$$BC = 2 * AB$$

Satz von Pythagoras in einem beliebigen Dreieck ABC:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \quad | -AB^2$$

$$AC^2 = (2 * AB)^2 - AB^2 = 4 * AB^2 - AB^2 = 3 * AB^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

AC = $\sqrt{3}$ * AB

2.5

Wegen A(0|0) und einer Linksdrehung von B um 90° gilt:

$$\vec{OC} = \sqrt{3} * \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} * \begin{bmatrix} 2\cos\alpha + 2 \\ \frac{1}{\cos\alpha} - 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(\frac{1}{\cos\alpha} - 1) \\ 2\cos\alpha + 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{\cos\alpha} + \sqrt{3} \\ \sqrt{3} * (2 * \cos\alpha + 2) \end{bmatrix}$$