Prüfungsaufgaben Aufgabe 9

Abschlussprüfung 2002

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 3**

C 3.0 Das Quadrat ABCD mit der Diagonalenlänge $\overline{AC} = 12\text{ cm}$ ist die Grundfläche der Pyramide ABCDS. Die Spitze S liegt senkrecht über dem Diagonalenschnittpunkt M der Grundfläche ABCD mit $\overline{MS} = 8\text{ cm}$.

C 3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei [AC] auf der Schrägbildachse liegen soll.

Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$

C 3.2 Der Punkt P liegt auf der Strecke [MC] mit $\sphericalangle MSP = 15°$. Dieser Punkt P ist der Mittelpunkt der Strecke [EF], wobei gilt: $E \in [BC]$, $F \in [DC]$ und $[EF] \parallel [DB]$. Die Strecke [EF] ist eine Grundseite von gleichschenkligen Trapezen EFG_nH_n mit $G_n \in]DS[$, $H_n \in]BS[$ und $[G_nH_n] \parallel [EF]$. Die Mittelpunkte Q_n der Strecken $[G_nH_n]$ liegen auf $]MS[$. Die Winkel MQ_nP haben das Maß φ mit $15° < \varphi < 90°$.
Zeichnen Sie für $\varphi = 25°$ das Trapez EFG_1H_1 in das Schrägbild zu 3.1 ein.

C 3.3 Zeigen Sie rechnerisch (auf zwei Stellen nach dem Komma runden), dass für die Streckenlänge $\overline{Q_nS}(\varphi)$ in Abhängigkeit von φ gilt:

$$\overline{Q_nS}(\varphi) = \left(8 - \frac{2{,}14}{\tan\varphi}\right)\text{cm}$$

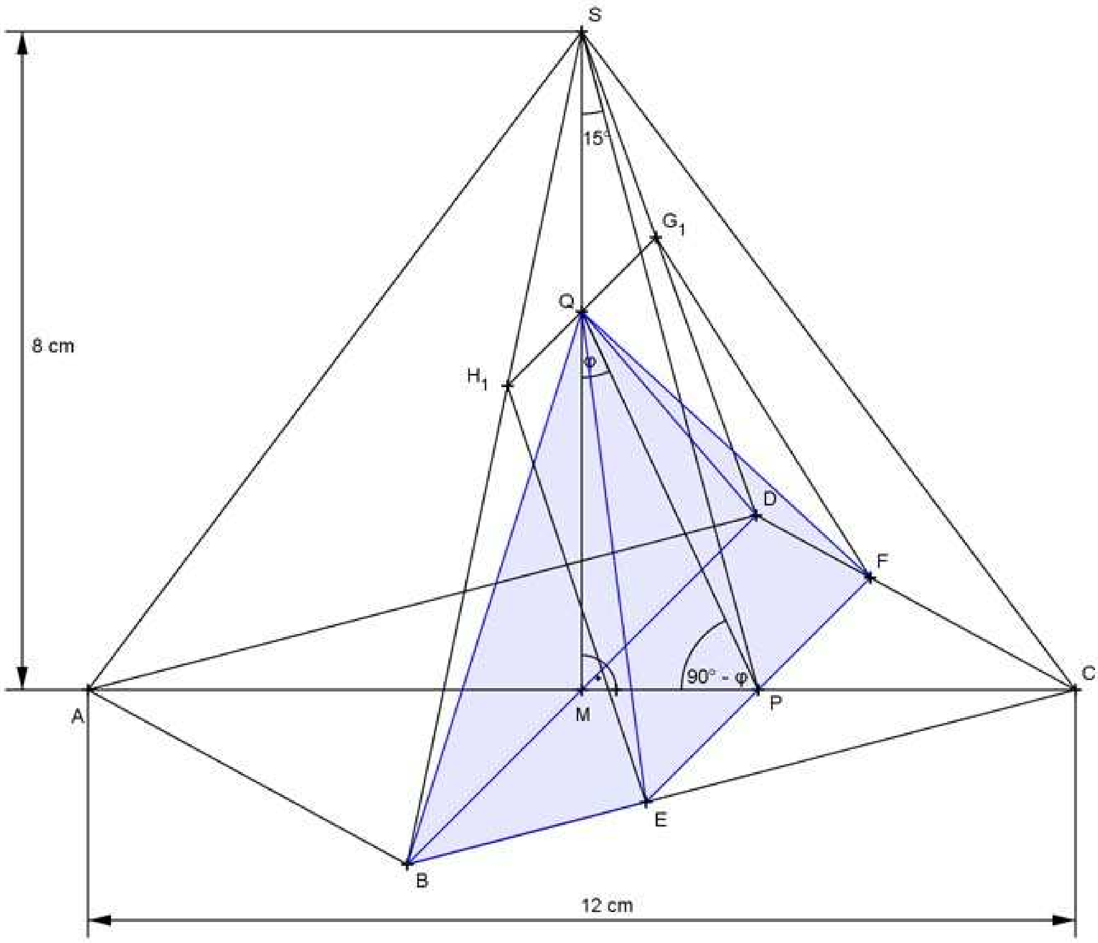
C 3.4 Berechnen Sie die Streckenlänge $\overline{H_nG_n}(\varphi)$ in Abhängigkeit von φ. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Ergebnis: $\overline{H_nG_n}(\varphi) = \left(12 - \frac{3{,}21}{\tan\varphi}\right)\text{cm}$]

C 3.5 Unter den Trapezen EFG_nH_n gibt es ein Rechteck EFG_0H_0.
Berechnen Sie den zugehörigen Wert für φ. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Teilergebnis: $\overline{EF} = 7{,}72\text{ cm}$]

C 3.6 Die Punkte Q_n sind die Spitzen von Pyramiden $BEFDQ_n$ mit der Grundfläche BEFD. Das Volumen der Pyramide $BEFDQ_2$ beträgt 25% des Volumens der Pyramide ABCDS.
Berechnen Sie den zugehörigen Wert für φ. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

3.0, 3.1, 3.2



3.3

Im Dreieck MPS gilt:

$$\tan 15° = \frac{MP}{MS} \quad | \cdot MP$$

MP = MS * tan 15° = 8 cm * tan 15° = 2,14 cm

Im Dreieck MPQ gilt:

MQ = MS - QS = 8 - QS cm

$$\tan \varphi = \frac{MP}{MQ} = \frac{2{,}14 \text{ cm}}{8 - QS} \quad | \cdot (8 - QS)$$

(8 - QS) * tan φ = 2,14 | :tan φ

$$8 - QS = \frac{2{,}14}{} \quad | +QS$$

$$\tan \varphi$$

$$8 = \frac{2{,}14}{\tan \varphi} + QS \quad \Big| - \frac{2{,}14}{\tan \varphi}$$

$$\boldsymbol{QS_{(\varphi)} = 8 - \frac{2{,}14}{\tan \varphi}\ \text{cm}}$$

3.4

Strahlensatz:

$AC = BD$

$$\frac{GH}{QS} = \frac{BD}{MS} \quad \Big| * QS$$

$$GH = \frac{QS * BD}{MS} = \frac{\left(8 - \frac{2{,}14}{\tan \varphi}\right) * 12}{8}\ \text{cm}$$

$$\boldsymbol{GH_{(\varphi)} = 12 - \frac{3{,}21}{\tan \varphi}\ \text{cm}}$$

3.5

Strahlensatz:

$MC = AC/2 = 12\ \text{cm}/2 = 6\ \text{cm}$

$CP = MC - MP = 6\ \text{cm} - 2{,}14\ \text{cm} = 3{,}86\ \text{cm}$

$$\frac{EF}{BD} = \frac{CP}{CM} \quad \Big| *BD$$

$$EF = \frac{BD * CP}{CM} = \frac{12\ \text{cm} * 3{,}86\ \text{cm}}{6\ \text{cm}} = 7{,}72\ \text{cm}$$

Für das Rechteck EFG_0H_0 gilt:

$G_0H_0 = EF$

$$12 - \frac{3,21}{\tan \varphi} = 7,72 \mid -12$$

$$- \frac{3,21}{\tan \varphi} = - 4,28 \mid * \tan \varphi$$

$$- 3,21 = - 4,28 * \tan \varphi \mid :(-4,28)$$

$\tan \varphi = 0,75$ --> **$\varphi = 36,87°$** (oder $180° + 36,87° = 216,87°$)

3.6

$$V_{ABCDS} = \frac{0,5 * AD * BC * MS}{3} = \frac{0,5 * 12 * 12 * 8}{3}\ cm^3 = 192\ cm^3$$

25% davon = $192 * cm^3 * 0,25 = 48\ cm^3$

$$MQ = MS - QS = 8 - \left(8 - \frac{2,14}{\tan \varphi}\right) = \frac{2,14}{\tan \varphi}\ cm$$

$$V_{BEFDQ} = \frac{\frac{EF + BC}{2} * MP * MQ}{3} = \frac{}{6 * \tan \varphi}$$

$$48 = \frac{(7,72 + 12) * 2,14 * 2,14}{6 * \tan \varphi} = \frac{15,05}{\tan \varphi} \mid * \tan \varphi$$

$$48 * \tan \varphi = 15,05 \mid :48$$

$\tan \varphi = 0,3135$ --> **$\varphi = 17,41°$** (oder $180° + 17,41° = 197,41°$)