Prüfungsaufgaben Aufgabe 90

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2006** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik II **Wahlteil - Haupttermin** **Aufgabe B 1**

B 1.0 Die Parabel p hat eine Gleichung der Form $y = ax^2 + bx + 1{,}5$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ und $b \in \mathbb{R}$. Die Parabel p verläuft durch die Punkte $A(-5|6)$ und $B(5|2)$.

B 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für a und b, dass die Parabel p die Gleichung $y = 0{,}1x^2 - 0{,}4x + 1{,}5$ hat.
Erstellen Sie für die Parabel p eine Wertetabelle für $x \in [-5; 5]$ in Schritten von $\Delta x = 1$ und zeichnen Sie sodann die Parabel p in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-6 \leqq x \leqq 6$; $-4 \leqq y \leqq 7$ — 4 P

B 1.2 Die Gerade g verläuft durch den Punkt $T(-2|1)$. Die x-Achse schließt mit der Geraden g den Winkel mit dem Maß $\alpha = 143{,}13°$ ein.
Bestimmen Sie rechnerisch die Gleichung der Geraden g und zeichnen Sie die Gerade g in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Teilergebnis: $g: y = -0{,}75x - 0{,}50$] — 3 P

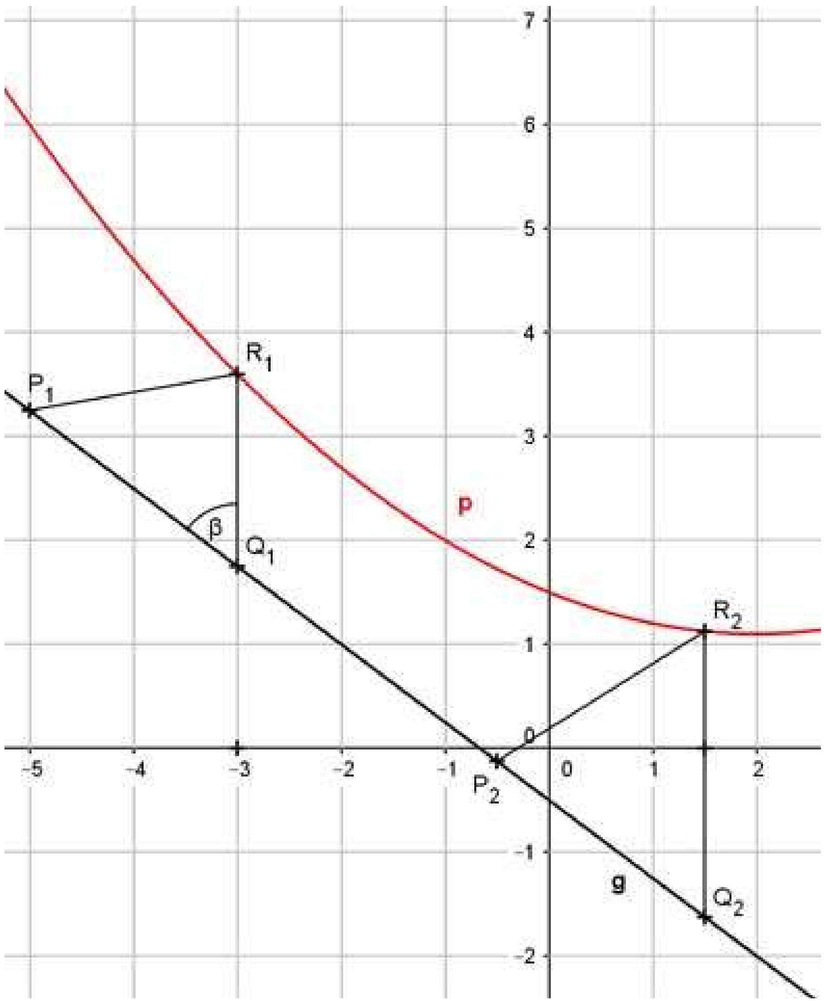
B 1.3 Punkte $Q_n\left(x \middle| -0{,}75x - 0{,}50\right)$ auf der Geraden g und Punkte $R_n\left(x \middle| 0{,}1x^2 - 0{,}4x + 1{,}5\right)$ auf der Parabel p haben dieselbe Abszisse x. Sie sind zusammen mit Punkten P_n auf der Geraden g Eckpunkte von Dreiecken $P_nQ_nR_n$ mit $x_P < x_Q$. Es gilt: $\overline{P_nQ_n} = 2{,}5$ LE.
Zeichnen Sie die Dreiecke $P_1Q_1R_1$ für $x = -3$ und $P_2Q_2R_2$ für $x = 1{,}5$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. — 2 P

B 1.4 Zeigen Sie durch Rechnung, dass sich die Länge der Seiten $[Q_nR_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte Q_n wie folgt darstellen lässt:
$\overline{Q_nR_n}(x) = (0{,}1x^2 + 0{,}35x + 2)$ LE. — 1 P

B 1.5 Unter den Dreiecken $P_nQ_nR_n$ gibt es zwei gleichschenklige Dreiecke $P_3Q_3R_3$ und $P_4Q_4R_4$ mit der Basis $[P_3R_3]$ bzw. $[P_4R_4]$.
Berechnen Sie auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet die x-Koordinaten der Punkte Q_3 und Q_4. — 3 P

B 1.6 Berechnen Sie den kleinstmöglichen Flächeninhalt A_{min} der Dreiecke $P_nQ_nR_n$. — 4 P

1.1, 1.2, 1.3



1.1

Einsetzen der Punktkoordinaten von A und B:

$$\left| \begin{array}{l} 6 = a * (-5)^2 + b * (-5) + 1,5 \\ 2 = a * 5^2 + b * 5 + 1.5 \end{array} \right|$$

8 = 50 * a + 3 |-3

5 = 50a | :50

a = 0,1

Eingesetzt:

2 = 0,1 * 5² + b * 5 + 1,5

2 = 2,5 + 5b + 1,5 | -4

- 2 = 5b | :5

$b = - 0{,}4$

$y = 0{,}1x^2 - 0{,}4x + 1{,}5$

Wertetabelle zu p:

x	-5	-3	-1	0	2	4	5
y	6	3,6	2	1.5	1,1	1,5	2

1.2

$m = \tan \alpha = \tan 143{,}13° = - 0{,}75$

m und die Punktkoordinaten von T in eine Gleichung der Form $y = mx + b$ eingesetzt:

$1 = - 0{,}75 * (-2) + b$

$1 = 1{,}5 + b \; |- 1{,}5$

$b = - 0{,}5$

$y = - 0{,}75x - 0{,}5$

1.4

$QR = y_R - y_Q.$

$QR = 0{,}1x^2 - 0{,}4x + 1{,}5 - (- 0{,}75x - 0{,}5)$

$QR = 0{,}1x^2 - 0{,}4x + 1{,}5 + 0{,}75x + 0{,}5$

$QR_{(x)} = 0{,}1x^2 + 0{,}35x + 2$ LE

1.5

Ist PR die Basis, dann müssen PQ und QR gleich lang und gleich 2,5 LE sein.

$2{,}5 = 0{,}1x^2 + 0{,}35x + 2 \; | -2{,}5$

$0{,}1x^2 + 0{,}35x - 0{,}5 = 0 \; |:0{,}1$

$x^2 + 3{,}5x - 5 = 0$

p, q - Formel:

$p = 3{,}5, q = - 5$

$x_{1,2} = \frac{-3,5}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{3,5}{2}\right)^2 - (-5)}$

$x_{1,2} = -1,75 \pm \sqrt{8,06}$

$x_{1,2} = -1,75 \pm 2,84$

$\mathbf{x_1 = 1,09}$

$\mathbf{x_2 = -4,59}$

1.6

$\beta = \alpha - 90° = 143,13° - 90° = 53,13°$

$A = 0,5 * QP * QR * \sin \beta$

$A = 0,5 * 2,5 * (0,1x^2 + 0,35x + 2) * \sin 53,13°$

$A = 1,25 * (0,1x^2 + 0,35x + 2) * 0,8$

$A_{(x)} = 0,1x^2 + 0,35x + 2$

Berechnung der Scheitelpunktkoordinaten:

$A = 0,1x^2 + 0,35x + 2 \; |:0,1$

$\frac{A}{0,1} = x^2 + 3,5x + 20$

$\frac{A}{0,1} = (x + 1,75)^2 - 3,06 + 20$

$\frac{A}{0,1} = (x + 1,75)^2 + 16,94 \; |*0,1$

$A = 0,1(x + 1,75)^2 + 1,69$

Für $x = -1,75$ ist **A minimal und beträgt 1,69 FE**