Prüfungsaufgaben Aufgabe 92

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2006** an den **vierstufigen** Realschulen in Bayern	**R4**

Mathematik II **Wahlteil - Haupttermin** **Aufgabe C 1**

C 1.0 Gegeben sind die Parabel p mit der Gleichung $y=-0,25(x-6)^2+4$ und die Gerade g mit der Gleichung $y=-0,25x+8$ mit $\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.

C 1.1 Zeichnen Sie die Parabel p und die Gerade g im Bereich von $1\leqq x\leqq 11$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-1\leqq x\leqq 12$; $-3\leqq y\leqq 9$ 3 P

C 1.2 Punkte $A_n\left(x\,\middle|\,-0,25(x-6)^2+4\right)$ auf der Parabel p und Punkte $C_n\left(x\,\middle|\,-0,25x+8\right)$ auf der Geraden g haben jeweils dieselbe Abszisse x und sind zusammen mit den Punkten B_n und D_n Eckpunkte von Vierecken $A_nB_nC_nD_n$. Es gilt:
$\overrightarrow{A_nB_n}=\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{A_nD_n}=\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}$.
Zeichnen Sie die Vierecke $A_1B_1C_1D_1$ für $x=2$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x=8$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

C 1.3 Überprüfen Sie rechnerisch, ob die Gerade A_2D_2 eine Tangente an die Parabel p ist.
[Teilergebnis: $A_2D_2: y=-x+11$] 4 P

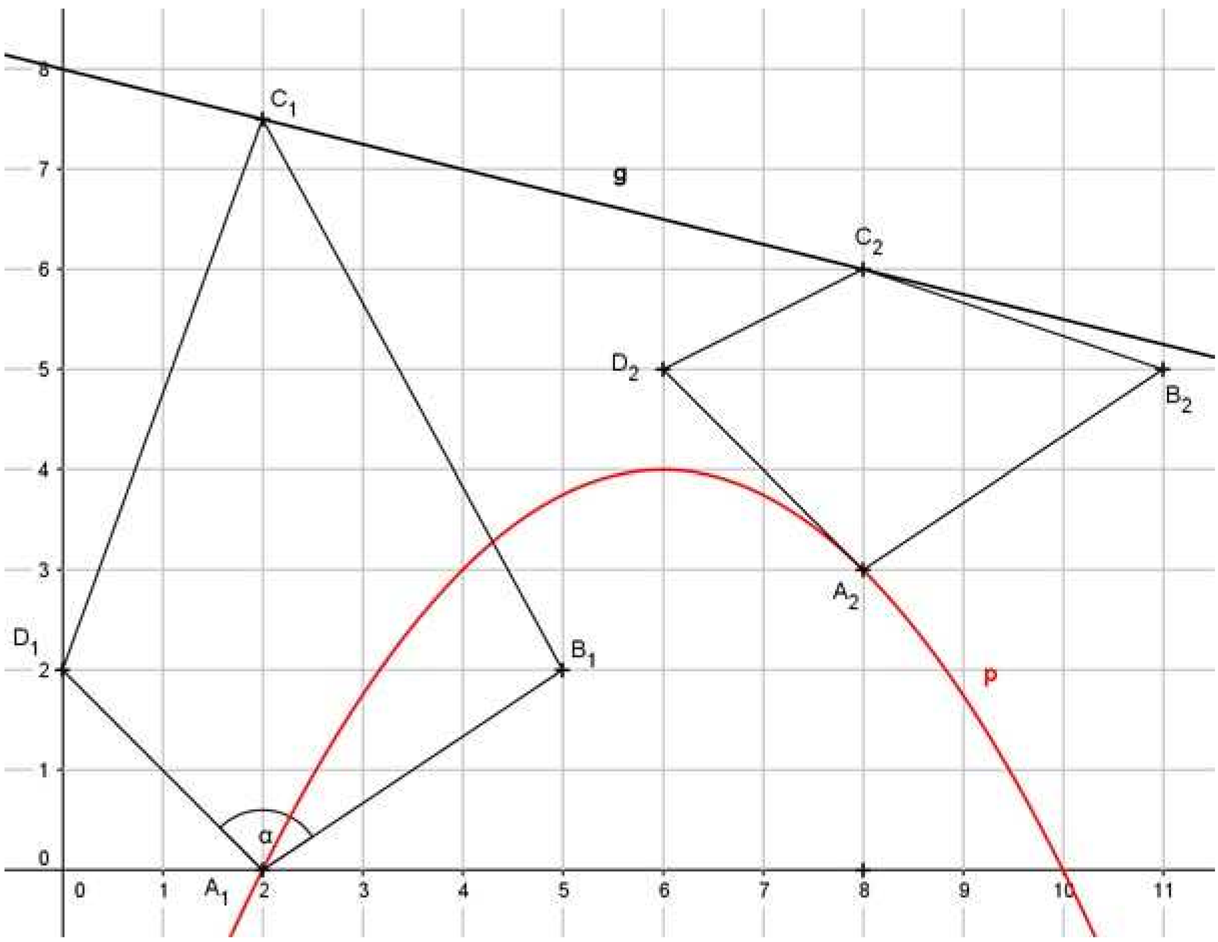
C 1.4 In allen Vierecken $A_nB_nC_nD_n$ hat der Winkel $B_nA_nD_n$ das gemeinsame Maß α.
Berechnen Sie α. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 3 P

C 1.5 Bestätigen Sie durch Rechnung, dass für die Koordinaten der Punkte D_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $D_n\left(x-2\,\middle|\,-0,25x^2+3x-3\right)$. 1 P

C 1.6 Unter den Vierecken $A_nB_nC_nD_n$ gibt es zwei Trapeze $A_3B_3C_3D_3$ und $A_4B_4C_4D_4$ mit $[A_3B_3]\,||\,[C_3D_3]$ bzw. $[A_4B_4]\,||\,[C_4D_4]$.
Berechnen Sie die x-Koordinaten der Punkte A_3 und A_4. 4 P

1.1, 1.2

x	1	3	5	7	9	11
y	-2,25	1,75	3,25	3,25	1,75	- 2,25



1.3

D(8 - 2|3 + 2) = (6|5)

A: $y_{(8)} = -0{,}25(8-6)^2 + 4 = 3$

$$m = \frac{yD - yA}{xD - xA} = \frac{5-3}{6-8} = \frac{2}{-2} = -1$$

Die Punktkoordinaten von A in eine Gleichung der Form y = mx + b eingesetzt:

$3 = -1 * 8 + b \mid +8$

$11 = b$

$y = -x + 11$

Berechnung der Schnittpunkte der Geraden $y = -x + 11$ mit p:

$-x + 11 = -0{,}25(x - 6)^2 + 4$

$-x + 11 = -0{,}25(x^2 - 12x + 36) + 4$

$-x + 11 = -0{,}25x^2 + 3x - 9 + 4$

$-x + 11 = -0{,}25x^2 + 3x - 5 \mid +x$

$11 = -0{,}25x^2 + 4x - 5 \mid -11$

$-0{,}25x^2 + 4x - 16 = 0 \mid :(-0{,}25)$

$x^2 - 16x + 64 = 0$

p, q - Formel:

$p = -16,\ q = 64$

$x_{1,2} = \frac{-(-16)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-16}{2}\right)^2 - 64}$

$x_{1,2} = 8 \pm \sqrt{0}$

$x_{1,2} = 8$ identische Lösungen --> Berührpunkt

--> Die Gerade $y = -x + 11$ berührt die Parabel p an der Stelle $x = 8$ --> **sie ist Tangente**

1.4

D und B liegen immer 2 LE höher als A.

Länge von D_1B_1: $x_{B1} - x_{D1} = x_{A1} + 3 - (x_{A1} - 2) = 2 + 3 - (2 - 2) = 5$

Länge von A_1D_1: $A_1D_1^2 = (-2)^2 + 2^2 = 8 \mid \sqrt{}$

$A_1D_1 = 2{,}83$ LE

Länge von A_1B_1: $A_1B_1^2 = 3^2 + 2^2 = 13 \mid \sqrt{}$

$A_1B_1 = 3{,}61$ LE

Kosinussatz im Dreieck $A_1B_1D_1$:

$B_1D_1^2 = A_1B_1^2 + A_1D_1^2 - 2 * A_1B_1 * A_1D_1 * \cos \alpha$

$5^2 = 13 + 8 - 2 * 2{,}83 * 3{,}61 * \cos \alpha$

$25 = 21 - 20{,}43 * \cos \alpha \mid -21$

$4 = - 20{,}43 * \cos \alpha \mid : (-20{,}43)$

$\cos \alpha = - 0{,}1958$ --> **$\alpha = 101{,}29°$** (oder $360 - 101{,}29° = 258{,}71°$)

1.5

Die x-Koordinaten von A werden um 2 nach links und die y-Koordinaten um 2 nach oben verschoben:

$D(x - 2| - 0{,}25(x - 6)^2 + 4 + 2 = (x - 2| -0{,}25(x^2 - 12x + 36) + 6)$

$D(x - 2)| - 0{,}25x^2 + 3x - 9 + 6)$

$D(x - 2| -0{,}25x^2 + 3x - 3)$

1.6

Die Steigung der Geraden durch A und B muss gleich sein der Steigung der Geraden durch C und D.

Steigung von AB:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{y_A + 2 - y_A}{x_A + 3 - x_A} = \frac{2}{3}$$

Steigung von DC:

$$m = \frac{y_C - y_D}{x_C - x_D} = \frac{(- 0{,}25x + 8) - (y_A + 2)}{x_A - (x_A - 2)} = \frac{- 0{,}25x + 8 - y_A - 2}{2}$$

$$m = \frac{- 0{,}25x + 6 - (-0{,}25x(x - 6)^2 + 4)}{2}$$

$$m = \frac{-0{,}25x + 6 - (- 0{,}25x^2 + 3x - 9) + 4}{2}$$

$$m = \frac{- 0{,}25x + 6 + 0{,}25x^2 - 3x + 5}{2} = \frac{0{,}25x^2 - 3{,}25x + 11}{2}$$

Gleichgesetzt:

$$\frac{2}{3} = \frac{0{,}25x^2 - 3{,}25x + 11}{2} \quad | \cdot 2$$

$$\frac{4}{3} = 0{,}25x^2 - 3{,}25x + 11 \quad | - \frac{4}{3}$$

$$0{,}25x^2 - 3{,}25x + \frac{29}{3} = 0 \quad | :0{,}25$$

$$x^2 - 13x + 38{,}67 = 0$$

p, q - Formel:

$p = -13$, $q = 38{,}67$

$$x_{1,2} = \frac{-(-13)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-13}{2}\right)^2 - 38{,}67}$$

$$x_{1,2} = 6{,}5 \pm \sqrt{3{,}58}$$

$$x_{1,2} = 6{,}5 \pm 1{,}89$$

$x_1 = 8{,}39$

$x_2 = 4{,}61$