

Prüfungsaufgaben Aufgabe 96

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2006

an den Realschulen in Bayern

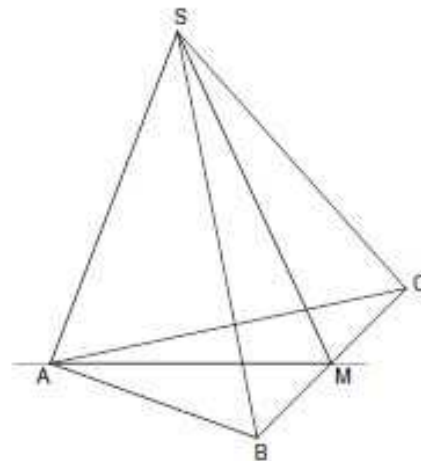
R4/R6

Mathematik II

Wahlteil - Nachtermin

Aufgabe D 2

- D 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide $ABCS$, deren Grundfläche ein gleichschenkliges Dreieck ABC mit der Basis $[BC]$ ist. M ist der Mittelpunkt der Basis $[BC]$ mit $\overline{BC} = 12 \text{ cm}$. Für die Dreieckshöhe $[AM]$ gilt: $\overline{AM} = 8 \text{ cm}$. Die Seitenfläche BCS der Pyramide $ABCS$ ist ein gleichseitiges Dreieck. Der Neigungswinkel SMA der Seitenfläche BCS zur Grundfläche ABC der Pyramide hat das Maß 65° .



- D 2.1 Berechnen Sie die Streckenlänge \overline{MS} auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. Zeichnen Sie sodann das Schrägbild der Pyramide $ABCS$, wobei $[AM]$ auf der Schrägbildachse liegen soll.

Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45^\circ$

[Teilergebnis: $\overline{MS} = 10,39 \text{ cm}$]

3 P

- D 2.2 Berechnen Sie die Länge der Seitenkante $[AS]$ und das Maß α des Winkels MAS . (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Teilergebnis: $\overline{AS} = 10,08 \text{ cm}$]

2 P

- D 2.3 Berechnen Sie das Volumen V der Pyramide $ABCS$ und den Flächeninhalt der Seitenfläche ABS . (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Teilergebnis: $V = 150,72 \text{ cm}^3$]

5 P

- D 2.4 Der Punkt F ist der Fußpunkt des Lotes von A auf die Strecke $[MS]$. Außerdem ist F der Mittelpunkt der Strecke $[PQ]$ mit $P \in [BS]$ und $Q \in [CS]$ und $[PQ] \parallel [BC]$. Das Dreieck PQS ist die Grundfläche der Pyramide $PQSA$ mit der Spitze A .

Zeichnen Sie die Pyramide $PQSA$ in das Schrägbild zu 2.1 ein.

Berechnen Sie die Streckenlängen \overline{AF} , \overline{SF} und \overline{PQ} . (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

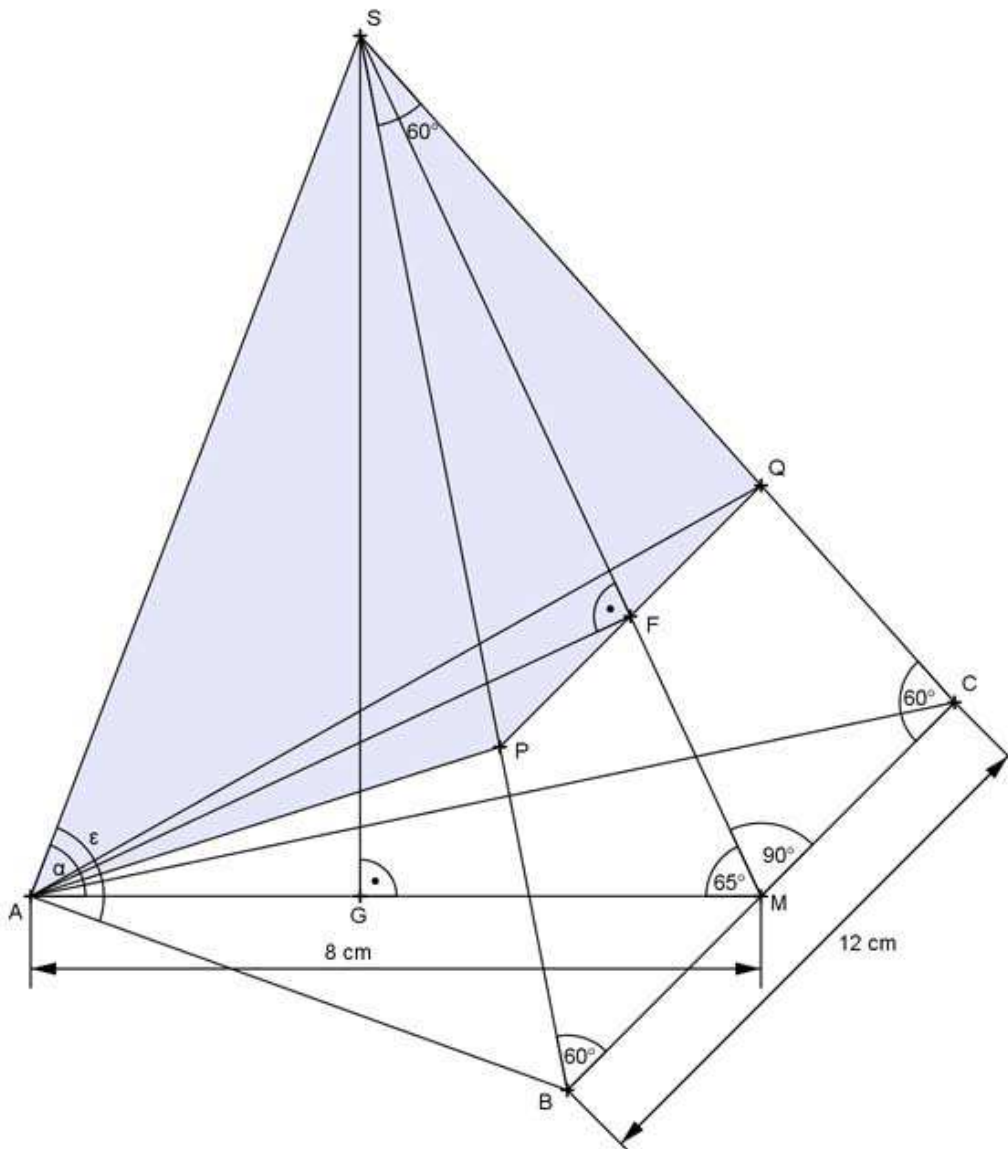
[Teilergebnisse: $\overline{SF} = 7,00 \text{ cm}$; $\overline{PQ} = 8,08 \text{ cm}$]

4 P

- D 2.5 Berechnen Sie den prozentualen Anteil des Volumens der Pyramide $PQSA$ am Volumen der Pyramide $ABCS$. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

3 P

2.0, 2.1



2.1

Im Dreieck BMS gilt:

$$BM = BC/2 = 12 \text{ cm}/2 = 6 \text{ cm}$$

Wegen gleichseitigem Dreieck sind alle Winkel = 60°

$$\tan 60^\circ = \frac{MS}{BM} \quad | \cdot BM$$

$$MS = BM * \tan 60^\circ$$

$$\mathbf{MS = 6 \text{ cm} * \tan 60^\circ = 10,39 \text{ cm}}$$

2.2

Kosinussatz im Dreieck MAS:

$$AS^2 = AM^2 + MS^2 - 2 * AM * MS * \cos 65^\circ$$

$$AS^2 = 8^2 + 10,39^2 - 2 * 8 * 10,39 * \cos 65^\circ$$

$$AS^2 = 101,69 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\mathbf{AS = 10,08 \text{ cm}}$$

Sinussatz:

$$\frac{MS}{\sin \varepsilon} = \frac{AS}{\sin 65^\circ}$$

Über Kreuz multipliziert:

$$MS * \sin 65^\circ = AS * \sin \varepsilon \quad | :AS$$

$$\sin \varepsilon = \frac{MS * \sin 65^\circ}{AS} = \frac{10,39 \text{ cm} * \sin 65^\circ}{10,08 \text{ cm}} = 0,9342 \quad \rightarrow \quad \mathbf{\varepsilon = 69,1^\circ}$$

2.3

Im Dreieck GMS gilt:

$$\sin 65^\circ = \frac{GS}{MS} \quad | *MS$$

$$GS = MS * \sin 65^\circ = 10,39 \text{ cm} * \sin 65^\circ = 9,42 \text{ cm}$$

$$V_{ABCS} = \frac{\frac{BC * AM}{2} * GS}{3} = \frac{BC * AM * GS}{6}$$

$$\mathbf{V_{ABCS} = \frac{12 \text{ cm} * 8 \text{ cm} * 9,42 \text{ cm}}{6} = 150,72 \text{ cm}^3}$$

Satz von Pythagoras im Dreieck ABM:

$$AB^2 = AM^2 + BM^2$$

$$AB^2 = 8^2 + 6^2 = 100 \text{ cm}^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$AB = 10 \text{ cm}$$

Kosinussatz im Dreieck ABS:

$$BS = BC = 12 \text{ cm}$$

$$BS^2 = AS^2 + AB^2 - 2 * AS * AB * \cos \alpha$$

$$12^2 = 10,08^2 + 10^2 - 2 * 10 * 10,08 * \cos \alpha \quad | -12^2$$

$$0 = 57,61 - 201,6 * \cos \alpha \quad | - 57,61$$

$$- 57,61 = - 201,6 * \cos \alpha \quad | :(- 201,6)$$

$$\cos \alpha = 0,2858 \rightarrow \alpha = 73,39^\circ$$

$$A_{ABS} = 0,5 * AS * AB * \sin \alpha$$

$$\mathbf{A_{ABS} = 0,5 * 10,08 \text{ cm} * 10 \text{ cm} * \sin 73,39^\circ = 48,3 \text{ cm}^2}$$

2.4

Im Dreieck AMF gilt:

$$\sin 65^\circ = \frac{AF}{AM} \quad | * AM$$

$$\mathbf{AF = \sin 65^\circ * AM = \sin 65^\circ * 8 \text{ cm} = 7,25 \text{ cm}}$$

Satz von Pythagoras im Dreieck ASF:

$$AS^2 = AF^2 + FS^2 \quad | -AF^2$$

$$FS^2 = AS^2 - AF^2 = 10,08^2 - 7,25^2 = 49,04 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\mathbf{FS = 7 \text{ cm}}$$

Strahlensatz:

$$\frac{PQ}{BC} = \frac{SF}{SM} \quad | * BC$$

$$PQ = \frac{SF * BC}{SM} = \frac{7 \text{ cm} * 12 \text{ cm}}{10,39 \text{ cm}} = \mathbf{8,08 \text{ cm}}$$

2.5

$$V_{APQS} = \frac{\frac{PQ * AF}{2} * FS}{3} = \frac{PQ * AF * FS}{6}$$

$$V_{APQS} = \frac{8,08 \text{ cm} * 7,25 \text{ cm} * 7 \text{ cm}}{6} = 68,34 \text{ cm}^3$$

Verhältnisgleichung:

$$150,72 \text{ cm}^3 : 100\% = 68,34 \text{ cm}^3 : x\%$$

$$68,34 * 100 = 150,72 * x \quad | \quad : 150,72$$

$$x = \frac{68,34 * 100}{150,72} = \mathbf{45,34\%}$$