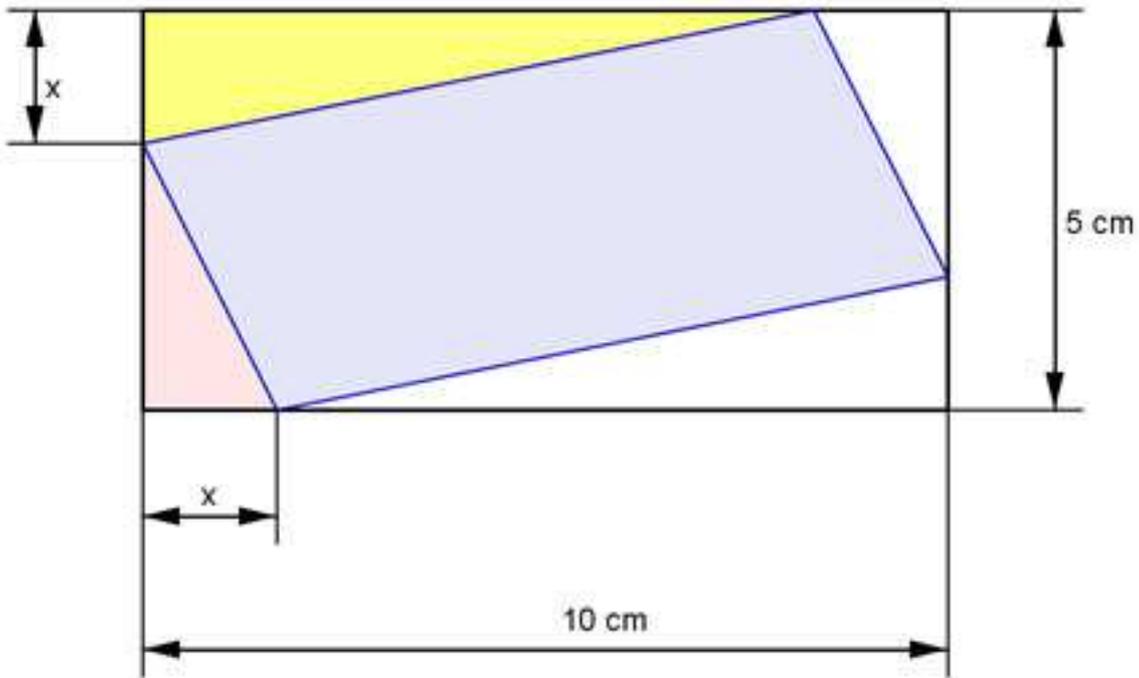


Quadratische Funktionen Aufgabe 113

Für welche Länge x wird die blaue Fläche A am kleinsten?



Blaue Fläche $A = 10 \text{ cm} * 5 \text{ cm} - 2 * \text{gelbe Fläche} - 2 * \text{rote Fläche}$

Die gelbe und die rote Fläche sind jeweils rechtwinklige Dreiecke.

$$\text{Gelbe Fläche} = \frac{x * (10 - x)}{2}$$

$$\text{Rote Fläche} = \frac{x * (5 - x)}{2}$$

$$\text{Blaue Fläche } A = 10 \text{ cm} * 5 \text{ cm} - 2 * \frac{x * (10 - x)}{2} - 2 * \frac{x * (5 - x)}{2}$$

$$\text{Blaue Fläche } A = 50 \text{ cm}^2 - 10x + x^2 - 5x + x^2$$

$$A_{(x)} = 2x^2 - 15x + 50$$

Dies ist die Funktionsgleichung einer nach oben geöffneten, gestreckten Parabel, deren tiefster Punkt der Scheitelpunkt ist.

$$A(x) = 2x^2 - 15x + 50 \quad | :2$$

$$\frac{A(x)}{2} = x^2 - 7,5x + 25$$

Quadratische Ergänzung:

$$\frac{A(x)}{2} = x^2 - 7,5x + 14,0625 - 14,0625 + 25 \quad \text{mit}$$

$$x^2 - 7,5x + 14,0625 = (x - 3,75)^2$$

$$\frac{A(x)}{2} = (x - 3,75)^2 + 10,9375 \quad | *2$$

$$A(x) = (x - 3,75)^2 + 21,875$$

Scheitelpunkt abgelesen: $S(3,75|21,875)$

Die Scheitelpunktkoordinaten bedeuten:

Ist die Länge $x = 3,75 \text{ cm}$ entsteht die kleinste Fläche $A = 21,875 \text{ cm}^2$.

