

Quadratische Funktionen Aufgabe 115

Eine Firma verkauft monatlich 1 000 Bauteile für 10 €/Stück. Eine Marktanalyse hat ergeben, dass sie 20 Bauteile pro Monat mehr verkaufen kann, wenn der Stückpreis um 0,1 € sinkt. (40 Bauteile bei 0,2 €/Stück usw.) Bei welcher Preissenkung sind die Einnahmen am größten?

Sinkt der Stückpreis um 0,1 €, kann man 20 Stück mehr verkaufen.

Sinkt er um 0,2 €, kann man 40 Stück mehr verkaufen.

Sinkt er um 1 € kann man 200 Stück mehr verkaufen.

Preissenkung sei x in €.

Die zusätzlich verkaufte Menge ist $x * 200$

Verkaufsmenge nach einer Preissenkung: $1\ 000 + x * 200$

Stückpreis nach einer Preissenkung = $10\ € - x\ €$

Erlös $E_{(x)} = \text{Verkaufsmenge} * \text{Stückpreis nach Preissenkung}$:

$$E_{(x)} = (1000 + x * 200)(10 - x)$$

$$E_{(x)} = 10\ 000 - 1\ 000 * x + 2000 * x - 200 * x^2$$

$$E_{(x)} = - 200x^2 + 1000x + 10000$$

Dies ist die Funktionsgleichung einer nach unten geöffneten, gestreckten Parabel, deren höchster Punkt der Scheitelpunkt ist.

$$E_{(x)} = - 200x^2 + 1000x + 10000 \quad | \quad :(-200)$$

$$- \frac{E_{(x)}}{200} = x^2 - 5x - 50$$

Quadratische Ergänzung:

$$- \frac{E_{(x)}}{200} = x^2 - 5x + 6,25 - 6,25 - 50 \quad \text{mit } x^2 - 5x + 6,25 = (x - 2,5)^2$$

$$- \frac{E_{(x)}}{200} = (x - 2,5)^2 - 56,25 \quad | \quad *(-200)$$

$$E(x) = -200(x - 2,5)^2 + 11\,250$$

Scheitelpunkt abgelesen: $S(2,5|11\,250)$

Die Scheitelpunktkoordinaten bedeuten:

Ist die **Preissenkung $x = 2,5 \text{ €}$** , entsteht der größte Erlös $E = 11\,250 \text{ €}$.

