

Quadratische Funktionen Aufgabe 117

In welche Summanden muss man die Zahl 24 zerlegen, damit die Summe der Quadrate der Summanden am kleinsten wird.

Der eine Summand sei x

Dann ist der andere $24 - x$

Das Quadrat des einen Summanden ist x^2

Das Quadrat des anderen ist $(24 - x)^2$

Die Summe $S_{(x)} = x^2 + (24 - x)^2$

$$S_{(x)} = x^2 + 576 - 48x + x^2$$

$$S_{(x)} = 2x^2 - 48x + 576$$

Dies ist die Funktionsgleichung einer nach oben geöffneten, gestreckten Parabel, deren tiefster Punkt der Scheitelpunkt ist.

$$S_{(x)} = 2x^2 - 48x + 576 \quad | :2$$

$$\frac{S_{(x)}}{2} = x^2 - 24x + 288$$

Quadratische Ergänzung:

$$\frac{S_{(x)}}{2} = x^2 - 24x + 144 - 144 + 288 \quad \text{mit } x^2 - 24x + 144 = (x - 12)^2$$

$$\frac{S_{(x)}}{2} = (x - 12)^2 + 144 \quad | *2$$

$$S_{(x)} = 2(x - 12)^2 + 288$$

Scheitelpunkt abgelesen: $S(12|288)$

Die Scheitelpunktkoordinaten bedeuten:

Der eine und „kleinere“ Summand x ist 12, die Summe der Quadrate ist 288. Beide Summanden sind gleich groß.

