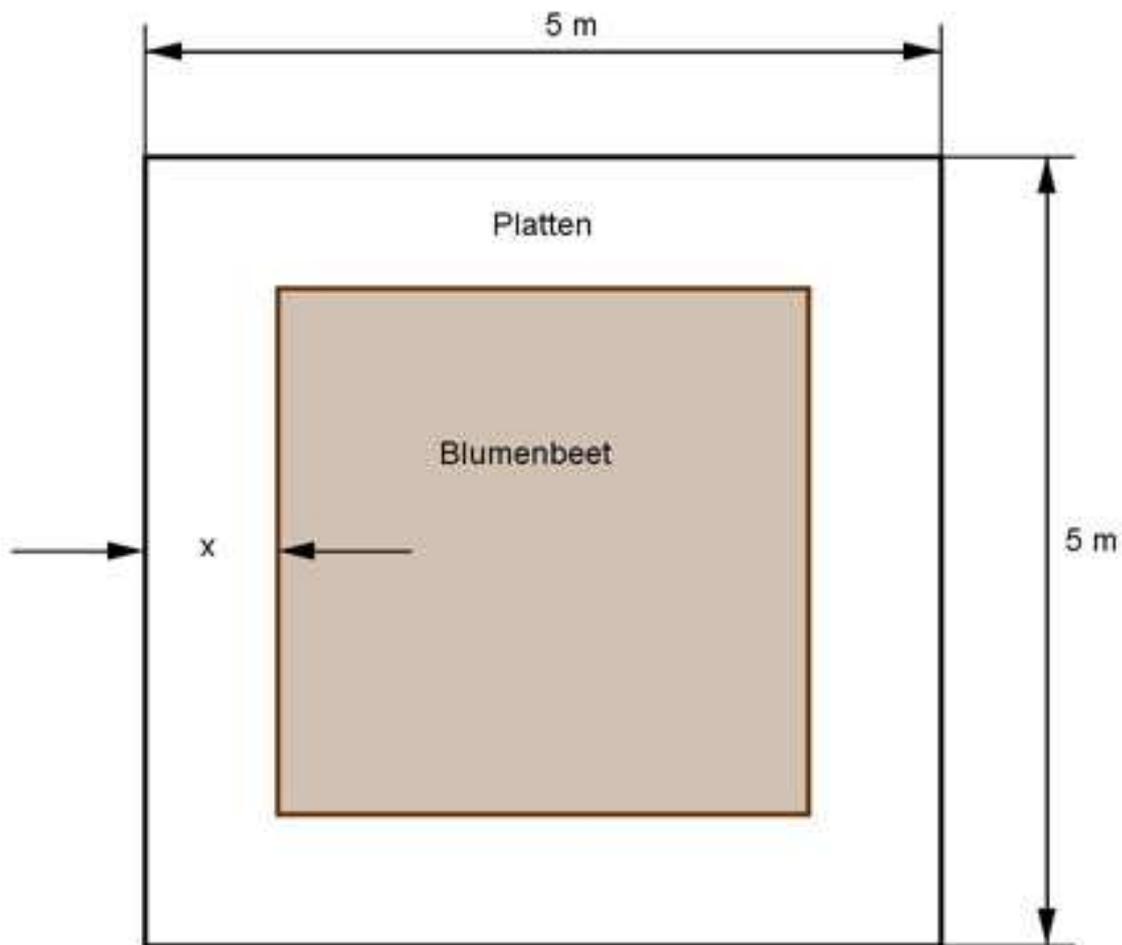


Quadratische Funktionen Aufgabe 123

Das Blumenbeet wird mit Platten umrandet. 1 m² Blumenbeet kostet 20 €, 1 m² Platten 17,50 €. Die Kosten für die Einfassung des Beetes von 5 € pro Meter hat der Bauherr angespart. Für welche Randbreite x sind die weiteren Kosten K am geringsten?



$$\text{Gesamtfläche } 5 \text{ m} * 5 \text{ m} = 25 \text{ m}^2$$

$$\text{Fläche des Blumenbeetes: } B = (5 - 2x)(5 - 2x) = 25 - 20x + 4x^2$$

Fläche der Plattenumrandung: Gesamtfläche - Blumenbeet

$$\text{Fläche der Plattenumrandung: } P = 25 - (25 - 20x + 4x^2) = -4x^2 + 20x$$

$$\text{Umfang Blumenbeet } U = 4 * (5 - 2x) = 20 - 8x$$

$$\text{Kosten}_{(x)} = B * 25 + P * 20 + U * 5$$

$$K_{(x)} = 20(25 - 20x + 4x^2) + 17,5(-4x^2 + 20x) - 5(20 - 8x)$$

$$K_{(x)} = 500 - 400x + 80x^2 - 70x^2 + 350x - 100 + 40x$$

$$K_{(x)} = 10x^2 - 10x + 400$$

Dies ist die Funktionsgleichung einer nach oben geöffneten, gestreckten Parabel, deren tiefster Punkt der Scheitelpunkt ist.

$$K_{(x)} = 10x^2 - 10x + 400 \quad | :10$$

$$\frac{K_{(x)}}{10} = x^2 - x + 40$$

Quadratische Ergänzung:

$$\frac{K_{(x)}}{10} = x^2 - x + 0,25 - 0,25 + 40 \quad \text{mit } x^2 - x + 0,25 = (x - 0,5)^2$$

$$\frac{K_{(x)}}{10} = (x - 0,5)^2 + 39,75 \quad | *10$$

$$K_{(x)} = 10(x - 0,5)^2 + 397,5$$

Scheitelpunkt abgelesen: $S(0,5|397,5)$

Die Scheitelpunktkoordinaten bedeuten:

Für eine **Randbreite von $x = 0,5$ m** sind die weiteren Kosten = 397,50 € am geringsten.

