

Quadratische Gleichungen Aufgabe 154

2 Pumpen befüllen zusammen einen Kessel in 6 Stunden.
Nacheinander in Betrieb gesetzt, befüllen sie in 25 Stunden den Kessel zweimal. In wie viel Stunden befüllen sie den Kessel alleine?

Die langsamere Pumpe braucht x Stunden zur Befüllung

Die schnellere braucht y Stunden

Nacheinander brauchen sie 25 Stunden, um den Kessel zweimal zu befüllen

$$x + y = 25 \rightarrow y = 25 - x$$

Die langsamere liefert $\frac{1}{x}$ pro Stunde

Die schnellere liefert $\frac{1}{y}$ pro Stunde, eingesetzt $\frac{1}{25 - x}$

Zusammen liefern sie $\frac{1}{6}$ pro Stunde

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{25 - x} = \frac{1}{6} \quad x \neq 0; 25$$

Hauptnenner $6 * x * (25 - x)$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{25 - x} = \frac{1}{6} \quad | *6x(25 - x)$$

$$6(25 - x) + 6x = x(25 - x)$$

$$150 - 6x + 6x = 25x - x^2 \quad | +x^2$$

$$x^2 + 150 = 25x \quad | -25x$$

$$x^2 - 25x + 150 = 0$$

p, q - Formel

$$p = -25 ; q = 150$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-25)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-25}{2}\right)^2 - 150}$$

$$x_{1,2} = 12,5 \pm \sqrt{156,25 - 150}$$

$$x_{1,2} = 12,5 \pm \sqrt{6,25}$$

$$x_{1,2} = 12,5 \pm 2,5$$

$$x_1 = 12,5 + 2,5 = \mathbf{15 \text{ Stunden braucht die langsamere alleine}}$$

$$x_2 = 12,5 - 2,5 = \mathbf{10 \text{ Stunden braucht die schnellere alleine}}$$